Université de METZ

UFR Mathématiques
Informatique,
Mécanique

THESE

Présentée à l'Université de METZ
en vue d'obtenir le

DOCTORAT D'UNIVERSITE DE METZ

par

Hatem MOKHTARI
Maitre ès-Sciences

Sujet

Simulation de la Perturbation Thermique dans un Câble Coaxial: Proposition d'un Nouveau Type de Capteur de Température

Soutenue publiquement
le 23 Janvier 1992
devant la commision d'examen

Jury

Président: M. A. TOSSER-ROUSSEY, Professeur à METZ.

Rapporteurs: MM. M. ROUSSEL, Professeur à Troyes.
A. VANOVERSCHELDE, Professeur à Longwy.

Examinateurs: MM. E. YVROUD, Directeur de Recherches CNRS-INPL, NANCY.
G. KUGEL, Professeur à METZ.
L. RACZY, Professeur à LILLE.


paul
verlaine
universite - metz
bibliothèques

Université de METZ

UFR Mathématiques Informatique, Mécanique

THESE

Présentée à l'Université de METZ
en vue d'obtenir le

DOCTORAT D'UNIVERSITE DE METZ

par

Hatem MOKHTARI
Maitre ès-Sciences

Sujet

Simulation de la Perturbation Thermique dans un Câble Coaxial: Proposition d'un Nouveau Type de Capteur de Température

Soutenue publiquement
le 23 Janvier 1992
devant la commision d'examen

Jury

Président: M. A. TOSSER-ROUSSEY, Professeur à METZ.

Rapporteurs: MM. M. ROUSSEL, Professeur à Troyes.
A. VANOVERSCHELDE, Professeur à Longwy.

Examinateurs: MM. E. YVROUD, Directeur de Recherches CNRS-INPL, NANCY.
G. KUGEL, Professeur à METZ.
L. RACZY, Professeur à LILLE.

Avant Propos

Ce travail a été réalisé au Laboratoire de Mécatronique Industrielle de l'Université de Metz, sous la direction du Professeur A. TOSSER-ROUSSEY. Qu'il me soit permis de lui exprimer ma profonde gratitude pour la confiance qu'il m'a témoigné en m'acceptant dans son laboratoire ainsi que l'aide et les conseils qu'il m'a prodigués. Je lui suis profondément reconnaissant de me faire l'honneur de présider mon jury de thèse.

J'ai le vif plaisir de remercier:

MONSIEUR M. ROUSSEL, Professeur à l'Institut Universitaire de Technologie de Troyes, d'avoir accépté de juger ce travail et pour en avoir effectué une analyse approfondie.

MONSIEUR A. VANOVERSCHELDE, Professeur à l'Institut Universitaire de Technologie de Longwy, d'avoir accepté de juger ce travail et de participer à la constitution de mon jury de thèse.

MONSIEUR E. YVROUD, Directeur de Recherches au CNRS, MONSIEUR G. KUGEL, Professeur à l'Université de Metz et MONSIEUR L. RACZY, Professeur à l'Université des Sciences et Techniques de Lilles

A tous mes collègues du laboratoire, j'adresse mes remerciements les plus sincères pour les marques de sympathie qu'ils m'ont toujours témoignées et pour l'ambiance conviviale et chaleureuse dans laquelle j'ai travaillé.

SOMMAIRE

Chapitre 1

Introduction

Chapitre 2

Modélisation d'un Câble Coaxial dans un Gradient de Température

Chapitre 3

Application de la Méthode des Différences Finies à la Détection d'une Irrégularité Thermique le Long d'un Câble Coaxial

Chapitre 1

INTRODUCTION

1-1- La démarche

Si l'étude de la propagation des ondes électromagnétiques dans un câble coaxial est un sujet classique [1], beaucoup de questions relatives aux conditions d'exploitation des liaisons coaxiales, simples ou multiples, en vue de mesures industrielles n'ont pas été résolues par des modélisations simples; on peut citer notamment la perturbation introduite dans les mesures par des inhomogéneïtés de température et par les diaphonies des longs câbles multibrins; un stage effectué à la société Schlumberger m'a sensibilisé à ces questions et m'a conduit à refléchir à quelques analyses théoriques, dont les premiers chapitres de ce mémoire sont l'objet.

Les méthodes de simulation utilisées (dont une méthode nouvelle informatiquement légère) pour tenir compte du comportement d'un long câble coaxial en présence d'une perturbation thermique localisée ont permis de montrer qu'une méthode simple et nouvelle de repérage de température était ainsi autorisé, notament en des endroits d'accés difficile; si on peut, à cet égard, parler d'un nouveau capteur de température, son principal interêt serait, semble-t-il, qu'il permettrait, dans quelques cas de mesures, de se dispenser d'inserer des capteurs traditionnels de température et de transmettre et de traiter les données correspondantes.

Ainsi, à partir d'une interrogation à visée pragmatique, des études théoriques de simulation conduisent à proposer une nouvelle méthode métrologique.

1-2- La problèmatique

Le problème particulier sur lequel nous nous sommes penché est celui du câble coaxial dont les paramètres dits "primaires" R,L,C,G présentent une dispersion fréquentielle (effet de peau) et spatiale du fait de l'existence d'une variation linéaire de température du milieu dans lequel est plongé le câble.

Dans un premier temps, l'étude est consacrée à la résolution du problème de la dispersion spatiale et fréquentielle du câble coaxial plongé dans un gradient linéaire de température; nous proposons un modèle en basses fréquences dans lequel l'effet de peau est négligé.

Ensuite, nous nous interessons au cas où les deux effets physiques ; l'effet de peau en plus hautes fréquences [2] et le gradient linéaire de température se superposent.

Nous nous interessons par la suite au développement d'une méthode de mesure d'irrégularité de température qui pourrait se manifester le long d'un câble coaxial. Seules sont connues, la distance du générateur à l'irrégularité thermique, la fréquence fixe du signal en onde propagée ainsi que l'extension ou la longueur de cette irrégularité (partie du câble coaxial présentant une variation de température par rapport à la température supposée constante du restant du câble).

Le câble coaxial, traversé par un courant alternatif (onde sinusoïdale) de très faible niveau, a servi de sonde évitant l'auto-échauffement existant en courant continu.

1-3- Modélisations antérieurs des lignes de transmission

Nombreux sont les auteurs qui ont contribué à l'étude de la propagation guidée et notamment de la transmission par câble. Différents modèles ont été établis pour la résolution du problème de la transmission guidée en général et par câble coaxial en particulier.

X 1-3-1- Modèle de J. KERGOMARD [3]

En référence [3], J. KERGOMARD a modélisé une ligne de transmission par une chaîne de quadripôles identiques (température uniforme) en cascade pour laquelle a été développé un formalisme mathématique basé sur les équations de récurrence qui régissent les courants et tensions aux différentes interfaces des quadripôles préalablement cités. Par la suite l'auteur simplifie les calculs, en établissant une loi de récurrence entre courants et tensions aux interfaces de chaque quadripôle élémentaire et discute les notions de fréquence de coupure, attenuation et déphasage. L'étude est rigoureuse puisque les calculs ne font appel à aucune approximation; seulement des calculs matriciels permettent la résolution du problème de notion d'ondes évanescentes. L'étude est malheureusement restreinte au cas d'une température uniformément répartie le long de la ligne.

- Description succinte de la méthode de J. KERGOMARD

L'auteur utilise, pour la modélisation d'une ligne de longueur finie, comme modèle équivalent une chaîne de quadripôles associés en cascade (cf figure I).

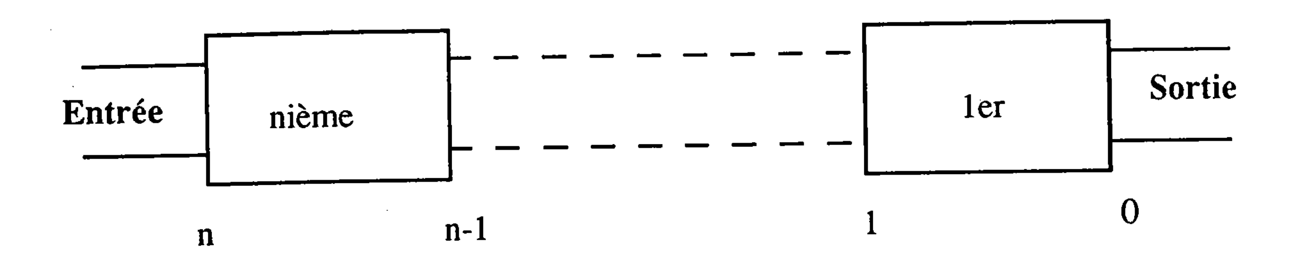


Figure I: Définition des Quadripôles Constituant la Ligne de Transmission

L'étude a été effectuée en régime permanent et les équations, pour un quadripôle défini est donnée par:

$$V_n = BV_{n-1} + AI_{n-1} \qquad \text{(Eq-I)}$$

$$I_n = DV_{n-1} + CI_{n-1} \qquad \text{(Eq-II)}$$

Par la suite, Kergomard réécrit ces deux équations récurrentes, s'appuyant sur la condition d'impédance telle que $Z_0=V_0/I_0$, de la forme suivante:

$$V_n = B_nV_0 + A_nI_0 \qquad \text{(Eq-I-a)}$$

$$I_n = D_nV_0 + C_nI_0 \qquad \text{(Eq-II-a)}$$

Pour simplifier, l'auteur se place dans l'hypothèse où BC-AD=1. Par conséquent , le calcul des variables de récurrence A_n, B_n, C_n et D_n donne les équations suivantes:

$$A_n = A\frac{\sin n\phi}{\sin \phi} \qquad \text{(Eq-III)}$$

$$B_n = \cos n\phi + \Delta\frac{\sin n\phi}{\sin \phi} \qquad \text{(Eq-IV)}$$

$$C_n = \cos n\phi - \Delta\frac{\sin n\phi}{\sin \phi} \qquad \text{(Eq-V)}$$

$$D_n = D\frac{\sin n\phi}{\sin \phi} \qquad \text{(Eq-VI)}$$

Les constantes utilisées dans (Eq-III), (Eq-IV), (Eq-V) et (Eq-VI) sont données par:

$$\phi = \text{Arccos}\,\{\frac{B+C}{2}\} \qquad \text{(Eq-VII)}$$

$$\Delta = \frac{B - C}{2} \qquad \text{(Eq-VIII)}$$

Cette méthode est très utile pour des lignes homogènes car elle ne tient pas compte, *a priori*, des paramètres intrinsèques à chaque ligne R, L, C et G (ex: câble coaxial, guide d'ondes ou autres, etc...) et peut être prise comme théorie générale. L'inconvénient est qu'elle ne peut convenir au cas du gradient linéaire ou autre de température dans lequel est plongé la ligne de transmission de manière générale.

1-3-2- Modèles de R. L. WIGINGTON , N. S. NAHMAN et D. R. HOLT [4], [5]

En références [4], [5], les auteurs ont étudié la réponse temporelle du câble coaxial à température ambiante en tenant compte des approximations sur la résistance lineïque dûe à l'effet de peau (quand il s'agit d'étudier l'influence des composantes de hautes fréquences du signal sur la réponse du câble en régime transitoire). Les études sont similaires mais différent par les fonctions d'approximation des équations de Bessel (équations de la résistance et de l'inductance de manière générale décrites par la théorie de la propagation des ondes électromagnétiques dans un conducteur cylindrique) introduites dans le modèle. Le principe était de substituer dans les formules générales des paramètres secondaires (constante de propagation, impédance caractéristique) les expressions de la résistance en fonction de la fréquence, en utilisant les transformées de Laplace. D'autres approximations ont été établies en vue de simplifier les calculs de la transformée inverse de Laplace donnant ainsi la réponse temporelle. Les modèles concernaient évidemment les hautes fréquences pour pouvoir utiliser les approximations de l'effet de peau [6]. L'inductance, la capacité ainsi que la conductance lineïques sont supposées indépendantes de la fréquence, il s'agit naturellement d'une approximation du premier ordre.

- Description succinte de la méthode de R. L. WIGINGTON et N. S. NAHMAN [4]

Les auteurs étudient la réponse temporelle du câble coaxial en considérant l'effet de peau présent dans les conducteurs (central et externe). Ainsi, il écrivent: pour une ligne donnée de longueur L, terminée par son impédance caractéristique Z_c, et avec une constante de propagation γ, la relation entre la tension d'entrée E_1 et celle de sortie E_2 comme fonction de la "variable fréquence complexe" du formalisme de la transformée de Laplace, souvent notée p:

$$E_2 = E_1 e^{-\gamma L} \qquad \text{(Eq-IX)}$$

où, en général:

$$\gamma = \sqrt{(R+pL)(G+pC)} \qquad \text{(Eq-X)}$$

et l'impédance caractéristique donnée par:

$$Z_c = \sqrt{\frac{R+pL}{G+pC}} \qquad \text{(Eq-XI)}$$

Pour les hautes fréquences (épaisseur de peau très faible devant le rayon du conducteur), l'impédance dûe à l'effet de peau d'un conducteur cylindrique s'écrit de la forme:

$$Z_s = K\sqrt{p} \qquad \text{(Eq-XII)}$$

où K est une constante dépendant du matériau constituant le conducteur ainsi que de ses dimensions et est donnée par:

$$K = \frac{1}{2\pi r}\sqrt{\frac{\mu}{\sigma}} \qquad \text{(Eq-XIII)}$$

où r est le rayon du conducteur central, μ sa perméabilité magnétique, et σ sa conductivité.

En hautes fréquences la résistance série est exprimée par l'équation de l'effet de peau. Pour des diélectriques en polypropylène, les pertes par conduction transverse sont très faibles (G=0) et par conséquent (Eq-X) et (Eq-XI) deviennent:

$$\gamma = \sqrt{(K\sqrt{p} + pL)pC} \qquad \text{(Eq-XIV)}$$

et

$$Z_c = \sqrt{\frac{K\sqrt{p}+pL}{pC}} \qquad \text{(Eq-XV)}$$

Ainsi, la fonction de transfert d'une portion de ligne de longueur L est désormais écrite dans la forme:

$$E_2 = E_1 e^{-L\sqrt{p^2LC + pCK\sqrt{p}}} \qquad \text{(Eq-XVI)}$$

La transformée inverse de Laplace de la fonction de transfert (Eq-XVI) n'est autre que la réponse impulsionnelle de la ligne de longueur L. Pour simplifier, les auteurs ont développé, en séries entières, la constante de propagation ainsi obtenue:

$$\gamma(p) = p\sqrt{LC} + \frac{Kp^{1/2}}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} + \frac{1}{2}\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1}$$

$$.\left(\frac{1.3...(2n-3)}{2^{n-1}n!}\right).\frac{K^n}{L^{n-1}}\sqrt{\frac{C}{L}}p^{1-n/2} \qquad \text{(Eq-XVII)}$$

Les auteurs calculent alors cette réponse impulsionnelle tenant compte des termes de hautes fréquences existants dans l'expression de la fonction de transfert. L'approximation sur les hautes fréquences pour la résistance (ou impédance) série est du premier ordre (voir fonctions de Bessel [2]).

L'étude est fort interessante mais se limite à une ligne homogène seulement en hautes fréquences.

- Description succinte de la méthode de N. S. NAHMAN et D. N. HOLT [5]

Leur méthode est l'approximation du deuxième ordre de la résistance en fonction de la fréquence. Ils approchent la résistance en utilisant sa valeur asymptotique:

$$R(p) = A + B\sqrt{p} \qquad \text{(Eq-XVIII)}$$

De même qu'en [4], ils substituent cette valeur aux paramètres secondaires, la constante de propagation en occurence, valeur dont dépend l'attenuation en fonction de la fréquence complexe $p=j\omega$.

Le résultat de la réponse impulsionnelle est donné sous forme de superposition de la fonction-erreur erfc(t) donnée par (quand A---> 0):

$$h(t) = \mathrm{erfc}\left[\frac{B}{2L}(l\sqrt{LC})^{1/2}(t-1)^{-1/2}\right] \qquad \text{(Eq-XIX)}$$

1-4- Critique du programme de simulation PSpice

L'inconvenient que nous avons pu constaté lors des simulations est le fait que l'effet de peau ne pouvait, de façon explicite, être pris en compte par Pspice. Pspice ne simule que les circuits, passifs ou actifs soient-ils, dont les composants sont invariants avec la fréquence; ce n'est évidemment pas le cas du câble coaxial en hautes fréquences. Aussi, afin de comparer avec le modèle numérique, nous utilisons des domaines fréquentiels très restreints pour considerer comme constante la valeur de la résistance.

Le programme de simulation Pspice ne peut, de façon automatique, prédire la température; puisque lui même a besoin de données des paramètres lineïques R, L, C et G pour établir la simulation des courants, tensions et éventuellement phases. Il a donc été utilisé comme moyen de vérification de l'attenuation du signal propagé après que la température ait été mesurée.

Chapitre 2

Modélisation d'un câble coaxial dans un gradient de température

2-1- Programme de simulation Pspice avec gradient de température:

SPICE veut dire en anglais: ***Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis.***

Le programme de simulation PSpice permet de simuler tout circuit électrique. Il permet la connaissance de la réponse temporelle du circuit à n'importe quel type de signal d'entrée, de la réponse fréquentielle, ainsi que du bruit qui pourrait se manifester dans le circuit électrique.

Les programmes de cette famille sont issus du programme de simulation SPICE2 [7][8] développé à l'Université de Berkeley, Californie durant les années 70. Les algorithmes de SPICE2 étaient considérablement plus puissants que leurs prédécesseurs.

PSpice utilise les mêmes algorithmes numériques que SPICE2 et est conforme aux formats d'entrée-sortie de celui-ci.

PSpice est basé sur la description et la définition du circuit réel traduit en circuit fictif écrit dans un fichier text qui sera compilé et executé, comme tout programme, par la suite.

Le circuit fictif représentant le circuit réel est défini par des noeuds entre lesquels viennent s'interposer, pour la simulation, les composants (résistances, condensateurs, bobines, amplificateurs opérationnels, transistors, diodes, etc...). Différentes analyses sont possibles, à savoir:

-L'analyse temporelle ou transitoires des courants et tensions dans le circuit (réponse impulsionnelle, retard, distorsion, etc..);

-L'analyse des circuits dont la fonction de transfert de Laplace est connue analytiquement, la fonction peut être définie directement en fonction de la variable complexe de Laplace usuellement utilisée;

-L'analyse fréquentielle ou la réponse fréquentielle du circuit soumis, à son entrée, à un signal de spectre connu (Attenuations, Déphasages), ainsi que l'analyse spectrale de Fourier, impédances d'entrée et impédances de sorties;

-L'analyse statistique de Monte Carlo;

-L'analyse et l'étude du bruit thermique existant dans les circuits, actifs en l'occurence, est possible;

-L'analyse des circuits ou systèmes asservis, Diagramme de Bode, Lieux des pôles et des zéros, Diagramme de Nichols;

-L'analyse des circuits non linéaires ainsi que leurs fonctions de transfert;

-L'analyse, en courant continu, des circuits soumis à leur entrées plusieurs types de signaux;

-L'analyse de la distorsion d'intermodulation;

-L'analyse des circuits dont la température est décrite par une fonction donnée par son expression analytique ou issue d'un tableau de valeur évoluant dans le temps.

La syntaxe de PSpice est parfaitement adaptée aux notations issues des normes universelles de la physique en général et de l'électricité en particulier.

Tout fichier text décrivant le circuit fictif à simuler doit avoir l'extension **.CIR** (Circuit File) pour spécifier qu'il s'agit bien du fichier contenant le circuit proprement dit. Après sa compilation, celle-ci crée automatiquement un autre fichier text dit de sortie ayant pour extension **.OUT** (Output File) contenant les résultats suivants:

- temps total d'execution,
- nombre de composants simulés,
- nombre total de noeuds,
- les messages d'erreurs éventuellement à la compilation, (par exemple: quand il y a dans le circuit un noeud flottant ou une quelconque erreur de syntaxe, d'unité ou autres, ceux-ci sont déclarés dans le fichier de sortie .OUT, indiquant la ligne dans le fichier texte .CIR à corriger).

Après que la compilation ou la simulation ait été achevée, les données recherchées (c'est à dire les différentes réponses

temporelles ou fréquentielles, courants ou tensions, gain ou phase, etc...) sont disponibles et peuvent être stockées, à la demande de l'utilisateur, dans un fichier ayant pour extension **.DAT** (Data File).

La commande **PROBE NomFichier.DAT** permet de visualiser les données demandées par l'utilisateur lors de la création du fichier de données **NomFichier.** La commande **PROBE** représente pour le programme de simulation PSpice la " **sonde de l'oscilloscope fictif** " qui permet, de façon analogue à l'oscilloscope réel, d'établir des mesures ou des points de test en temporelle.

Concernant le domaine fréquentielle, la commande **PROBE** permet de visualiser des différents signaux pour servir d'**analyseur de spectre.**

Il est certes exhaustif de citer toutes les commandes de simulation PSpice alors que nous n'avons utilisé que peu de celles-ci puisque l'étude portait sur la modélisation du câble coaxial dans un gradient linéaire de température et par conséquent une simple connaissance de la syntaxe des circuits passifs (résistance, capacité, inductance, conductance) suffit pour comprendre le fonctionnement de PSpice; quant à la création des fichiers **CIRCUIT** NomFichier.CIR des fichiers de **SORTIE** NomFichier.OUT ainsi que les fichiers de **DONNEES** Données.DAT, elle sera expliquée en détail.

Comme pour tout programme, dans le fichier de commande (texte), les constantes, variables, tableaux, fonctions, routines ou procedures, etc..., doivent être soit déclarées soit préalablement définies.

Ainsi, le programme de Simulation PSpice reconnait, comme en notation Universelle, les résistances, capacités et inductances, par, respectivement leurs premières lettres, R, C, L. La tension entre deux noeuds par exemples est définie, dans le fichier .CIR, par la lettre V suivie de n'importe quel nom alphanumérique.

2-1-1- Modèle PSpice en basses fréquences avec gradient de température

Le câble coaxial plongé dans un gradient linéaire de température peut être remplacé par un ensemble fini de quadripôles associés en cascades et dont les " paramètres dits primaires " varient selon une fonction en escalier de la profondeur donc de la température également.

Le simulateur PSpice peut donc traiter ces quadripôles en cascades qui ne sont en fait que des composants purement passifs; seuls les aspects fonctionnels de croissance des paramètres primaires sont à introduire dans un fichier-circuit .CIR. Nous verrons par la suite qu'il est possible, comme le manuel d'utilisation de PSpice [7] nous l'indique, de faire varier un ou plusieurs paramètres primaires en fonction de la distance.

La variation des paramètres primaires avec la fréquence et la température a fait l'objet d'une étude très complète et très générale par C.M. HEBBERT [9]. Nous examinerons, pour les mêmes raisons qui ont été citées au Chapitre 1, les variations de l'inductance et la résistance.

Etant donné que l'effet de peau est négligé dans cette section, seule la variation de la résistance en fonction de la température est prise en compte. La variation de la résistance en fonction de la température est donnée par l'équation:

$$R_\theta = R_{amb}[1+\alpha_R(\theta-\theta_{amb})] \qquad (1)$$

Les paramètres dans (1) représentent:

R_θ : La résistance à la température θ °C

R_{amb} : La résistance à température ambiante (température de référence en général).

α_R : Le coefficient de température supposé constant pour les relativement basses températures (en dessous du point de fusion du materiau conducteur).

θ et θ_{amb} : Respectivement, une température donnée et la température ambiante.

L'équation (1) montre en toute évidence que la variation de la résistance est linéaire en fonction de la température. Nous appelerons k, le coefficient de proportionnalité entre la variation de température $\Delta\theta=\theta-\theta_{amb}$ et la distance que nous noterons, pour simplifier, z. Par conséquent, nous écrivons explicitement la résistance en fonction de z comme:

$$R(z) = R_{amb}[1+\alpha_R.k.z] \qquad (2)$$

Il est ainsi claire, vue sa croissance continue en fonction de z, que la résistance doit être remplacée fictivement, pour toute similation PSpice, par une fonction " quantifiée " ou en escalier. Notons que la fonction en escalier permet d'approximer la résistance

des fils constituant le câble coaxial et de la maintenir constante, pour le modèle des basses fréquences évidemment, dans chaque quadripôle élémentaire. Les deux variations en fonction de la distance z sont illustrées en figure 1a et figure 1b.

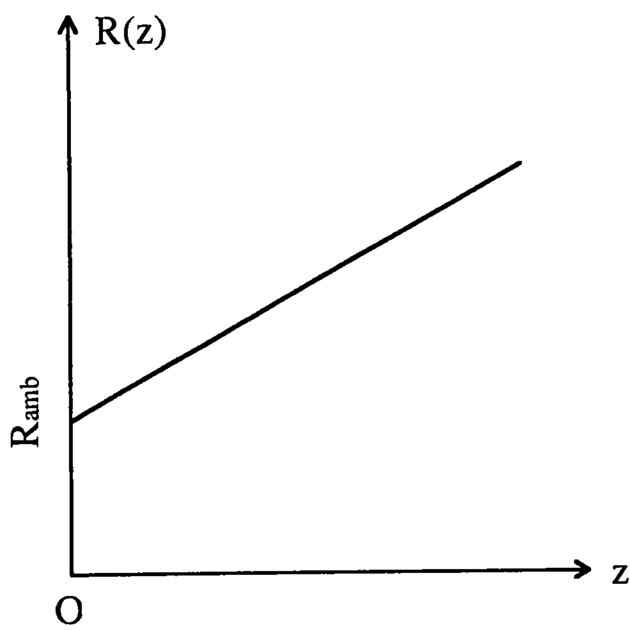


Figure 1a: Variation Continue de la Résistance en Fonction de la Profondeur Z

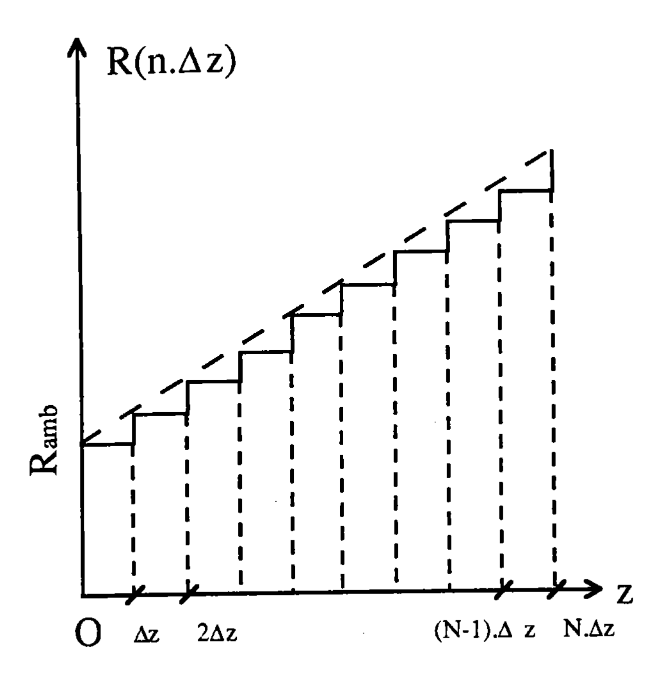


Figure 1b: Variation en Escalier de la Résistance en Fonction de la Profondeur Z.

Le coefficient de proportionnalité α_R pour le cuivre recuit à 20 °C, par exemple, est de 0.00393/°C. Le coefficient de proportionnalité température-distance noté k est de 0.03 °C/m, ce qui correspond approximativement au coefficient de température dans la croûte terrestre où le câble pourrait servir de moyen de transmission de données en vue d'effectuer une étude d'activité sismique des plaques (tectonique des plaques, géophysique) ou alors comme moyen de détection de présence d'une éventuelle nappe pétrolière.

Avant d'entammer le problème de la simulation de la propagation des ondes électromagnétique dans le milieu dont nous venons de préciser les paramètres (coefficient de proportionnalité, constantes, etc...), il semble fort important de souligner qu'une étude de l'influence des variations de température sur l'affaiblissement en l'occurence, a été effectuée [10] où l'auteur a simplement consulté le cas du câble totalement plongé dans un milieu dont la température est constante.

En ce qui concerne les simulation, compte tenu de la variation de la résistance selon le schéma de la figure 1a, le câble peut être remplacé par une succession de quadripôles.

Chaque quadripôle élementaire est formé de:

- Une résistance traduisant les pertes Joule dans les conducteurs interne et externe du câble coaxial, et dont la valeur dépend de la distance selon l'équation (2),

- Une inductance en série avec la résistance totale, traduisant le couplage magnétique entre les conducteurs, les inductances internes dues à l'effet de peau [11] sont évidemment négligées en basses fréquences et feront l'objet d'une étude ultérieure dans les prochains paragraphes,

- Une capacité due au couplage électrique entre les conducteurs entre lesquels existe un milieu diélectrique différent de l'air,

- En général, une conductance traduisant les pertes transverses dans le diélectrique, mais celles-ci sont souvent négligeables [12],[13] (propriétés thermiques de l'isolant constituant le milieu diélectrique).

La capacité et la conductance sont associées en parallèle et l'ensemble est en série avec la résistance, variable en fonction de la distance, et l'inductance.

Le schéma de La figure 2 illustre le modèle équivalent de l'ensemble du câble dans le milieu préalablement cité.

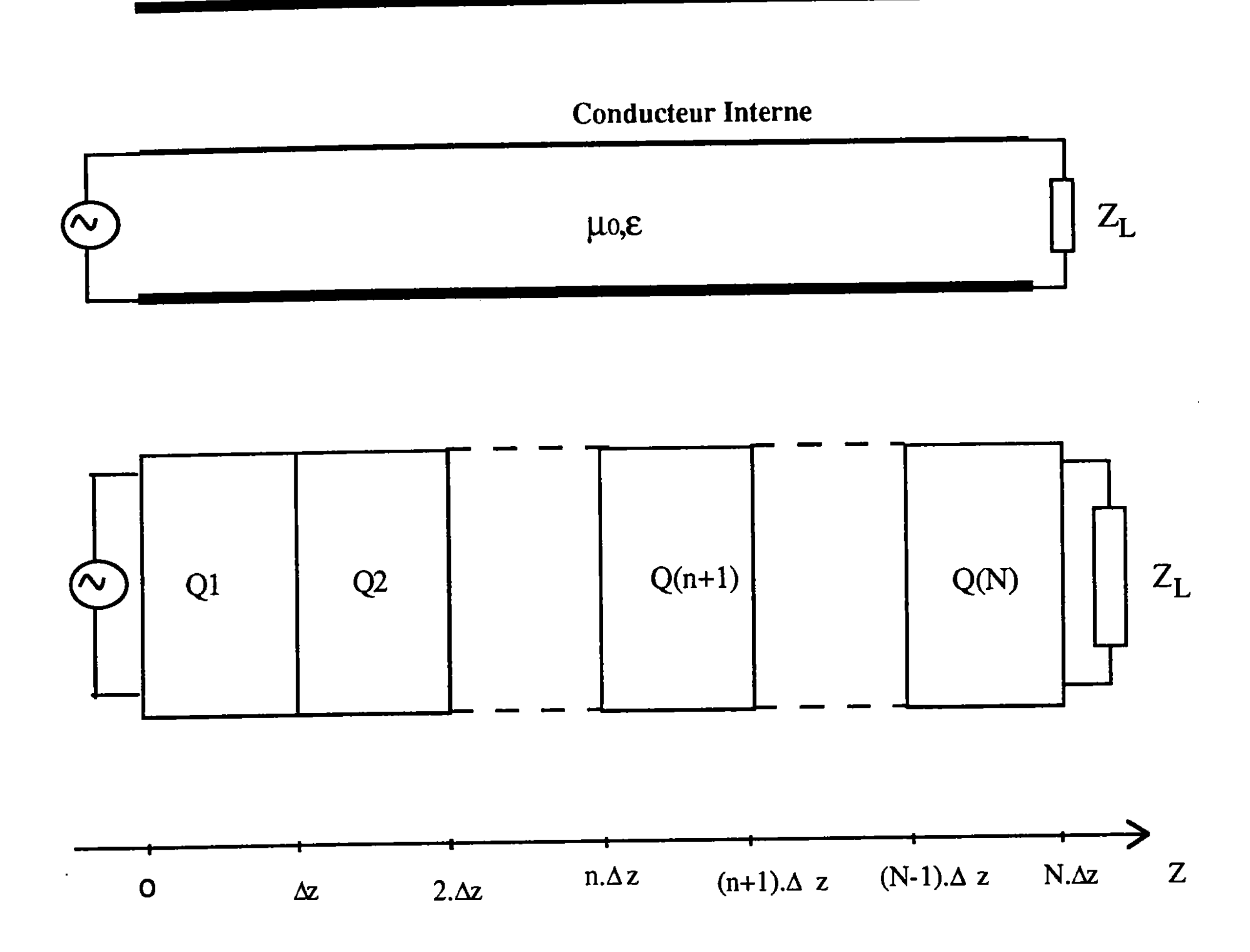


Figure 2: Le Câble Coaxial et son Modèle Equivalent de Quadripôles Elementaires en Cascade Dont les paramètres Varient en Fonction de Z

Le pas de discrétisation est choisi de telle manière à ce que sa valeur soit très petite devant la longueur d'onde. Par conséquent, plus les fréquences de travail sont hautes et plus nous aurons interêt à discretiser en plus fin le câble coaxial ainsi immergé dans le gradient de température.

Il est aussi important de noter que la longueur total du câble joue un rôle non négligeable quant au choix du pas de discretisation Δz. Ainsi, les câbles relativement longs (par rapport à la longueur d'onde) necessitent moins de subdivision que les câbles plus courts par exemple.

Notons que chaque quadripôle élémentaire ainsi défini dans la figure 2 est représenté, par sa forme récurrente en fonction de n, en figure 3.

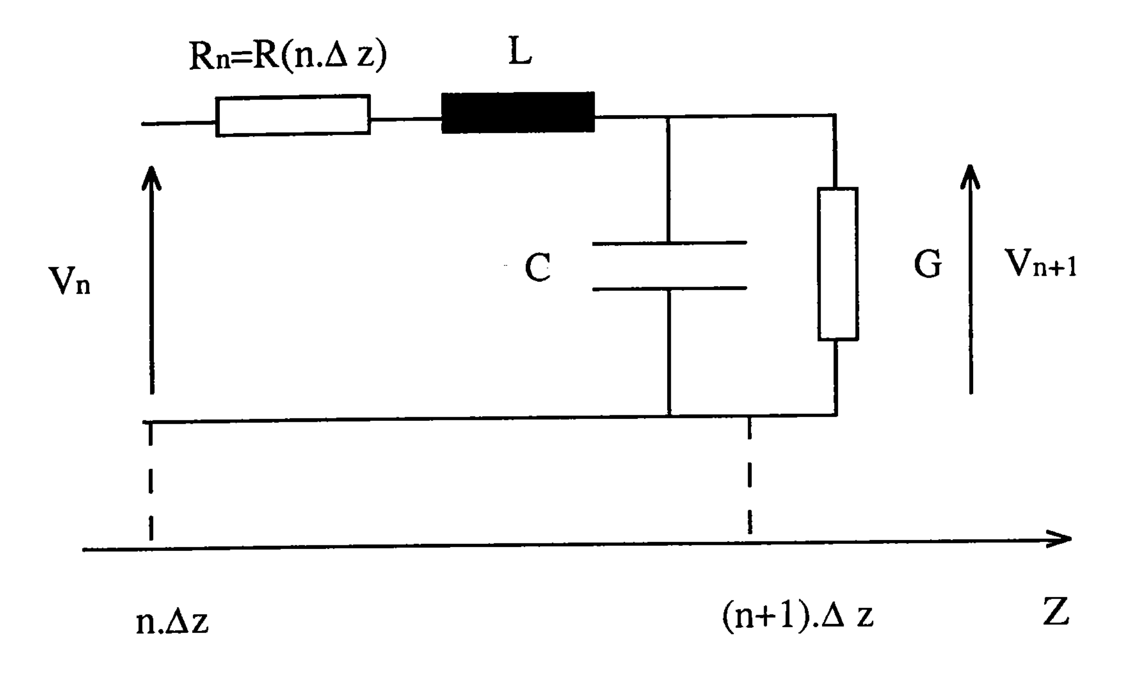


Figure 3: Quadripôle Elementaire de Récurrence dans le Modèle Equivalent du Câble Coaxial

Le quadripôle élémentaire étant défini, les paramètres primaires connus, la simulation est ainsi possible en respectant la syntaxe imposée par le Simulateur PSpice. Il ne reste plus qu'à traduire le circuit du modèle équivalent en figure 2 par le fichier-circuit .CIR dont la description a été détaillée au préalable.

Etant donné sa structure récurrente, le modèle équivalent du câble, pour être simulé, nécessite l'utilisation:

1°) d'une instruction traduisant la "fonction résistance", et elle est donnée par:

. FUNC RESISTANCE(Z) (A+B*Z)

Les constantes A et B sont respectivement, la résistance à température ambiante et un coefficient donné par l'équation (2). Ces constantes sont déclarées par l'instruction:

. PARAM A=0.036, B=1.1e-4 ; pour le cuivre par exemple ;

Une des puissances de PSpice est que les instructions peuvent être écrites dans n'importe quel ordre dans le fichier texte .CIR.

2°) d'une procedure définissant, par son appel, tous les quadripôles en cascade tenant compte de la variation de la résistance définie par la fonction ci-dessus. Cette procedure est notée:

. SUBCKT CELL 1 3; de l'anglais SUBCIRCUIT à la lettre près et CELL est son nom, 1 et 3 son les noeuds délimitant le circuit de base ;

Pour qu'elle puisse être opérationnelle, il faudrait pouvoir l'appeler pour économiser l'écriture. L'appelle de la procedure commence toujours par la lettre X et s'effectue par:

Xquadripole 1 3
Xquadripole 3 5

Pour mieux comprendre le processus syntaxique du SUBCKT et ses appels, il convient de donner le fichier texte du câble coaxial en le commentant pour expliquer chaque instruction (cf annexe 2).

Les valeurs numériques que nous avons utilisées pour les simulations, sont celles du câble coaxial du type RG58U préalablement utilisées. Seuls la longueur du câble ainsi que le pas de subdivision Δz changent du cas simple du câble coaxial de 500 m de long. Nous avons néanmoins étudié le cas du câble relativement court pour fixer l'idée du fait que plus le câble se raccourci et plus on aura interêt à discretiser en plus fin.

Nous avons simulé le gain (ou l'attenuation) et la phase pour un câble long de 500, 1000 et 1500 m plongé dans un gradient linéaire de température (i.e: la résistance est de la forme R(z)=a+b.z, a et b sont des réels positifs). Les résultés sont portés en figures 6 et 7.

D'autres part, nous avons également étudié le cas d'une variation quadratique de la résistance en fonction de la distance z (i.e: R(z)=a+b.z+c.z^2, où c=2e-7 Ω/m^2). Le principe est exactement le même; seule la fonction-résistance change. Les résultats, pour l'attenuation et la phase pour les mêmes longueurs du gradient linéaire, sont portés en figures 8 et 9.

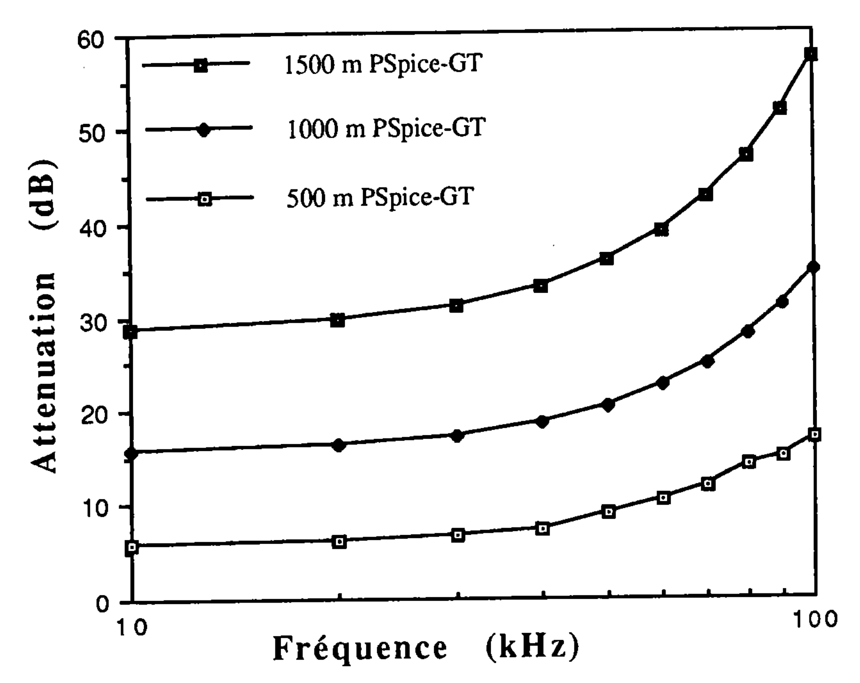


Figure 6: Atten.=f(Fréquence), L=500, 1000 et 1500 m, en BF avec Gradient de Température

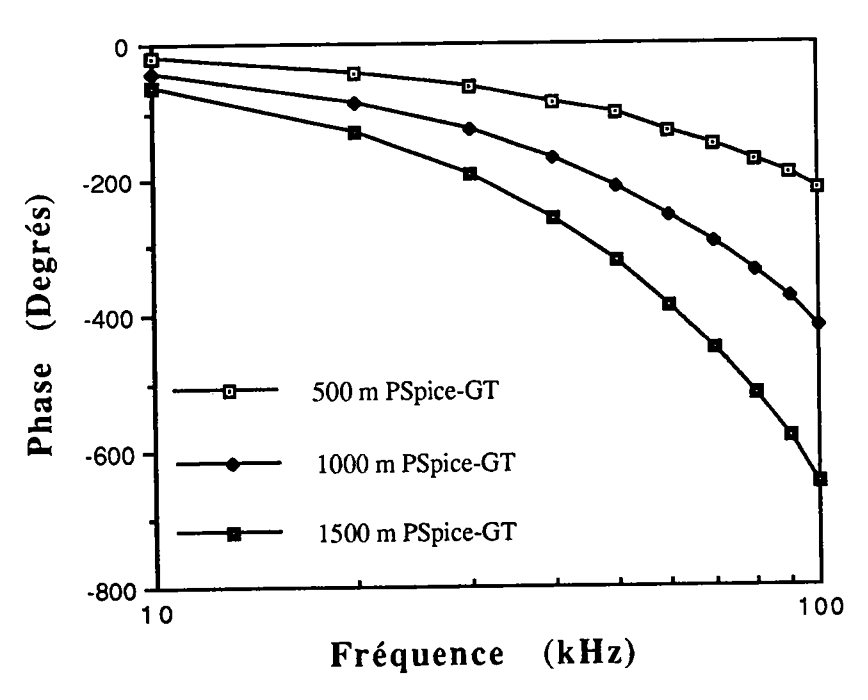


Figure 7: Phase=f(Fréquence), L=500, 1000 et 1500m, en BF avec Gradient de Température

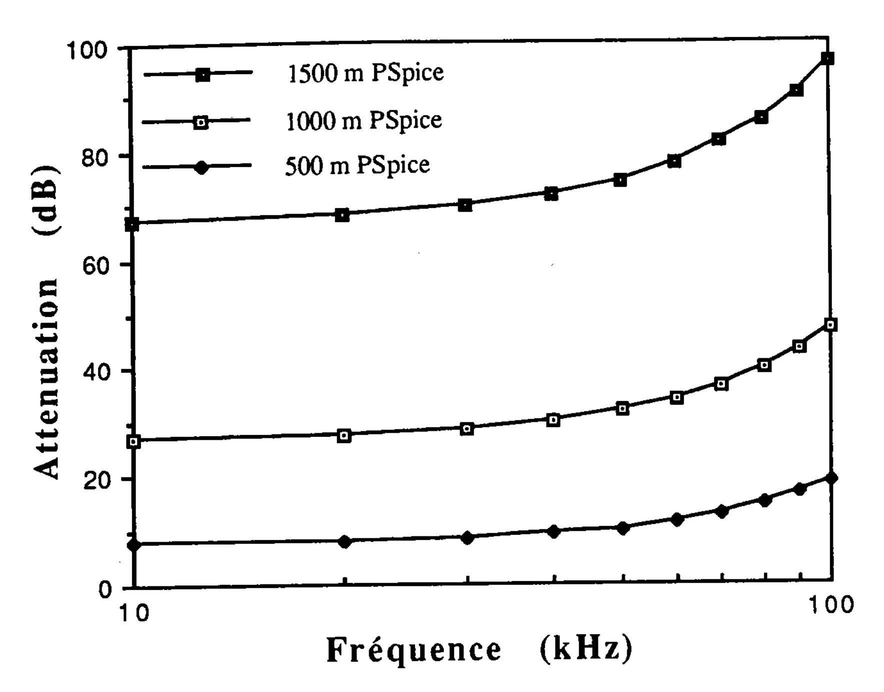


Figure 8: Atten.=f(Fréq.), L=500, 1000 et 1500m, R(z)=a+bz+cz^2, Gradient non Linéaire

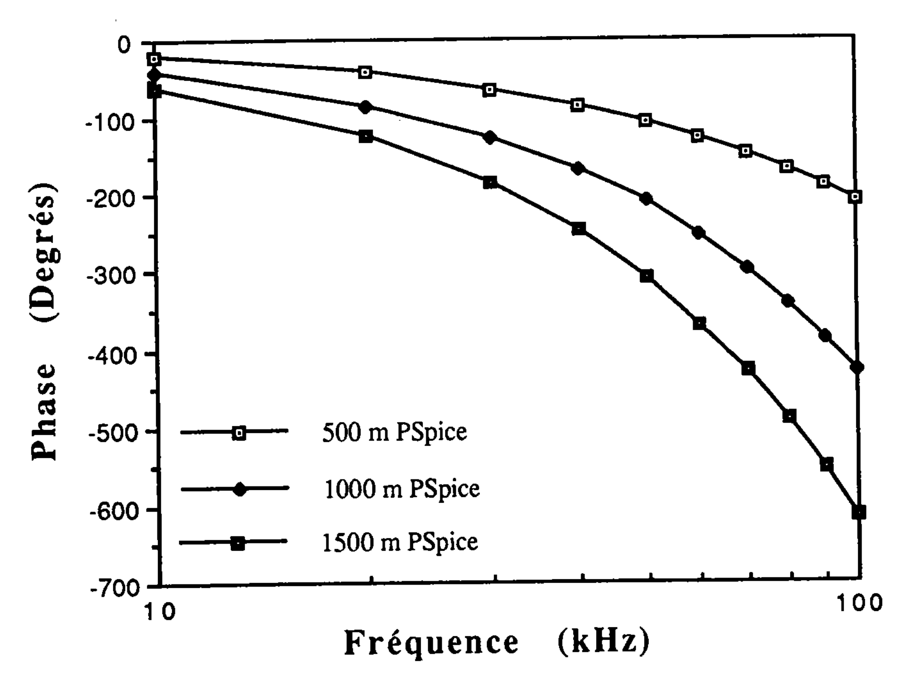


Figure 9: Phase=f(Fréq.), L=500, 1000 et 1500 m, R(z)=a+bz+cz^2, Gradient non Linéaire

Les résultats de la simulation PSpice ont été obtenus en chargeant sur une impédance résistive égale à l'impédance

caractéristique du câble coaxial à température ambiante. Il est certes difficile de définir une impédance itérative dans ce cas de propagation vue la dispersion spacial des paramètres primaires R, L, C, et G éventuellement. Nous avons, néanmoins, à titre indicatif, porté en figure 10, les variations de l'impédance caractéristique en fonction de la fréquence à différentes température (câble totalement plongé dans un milieu à température uniformèment répartie).

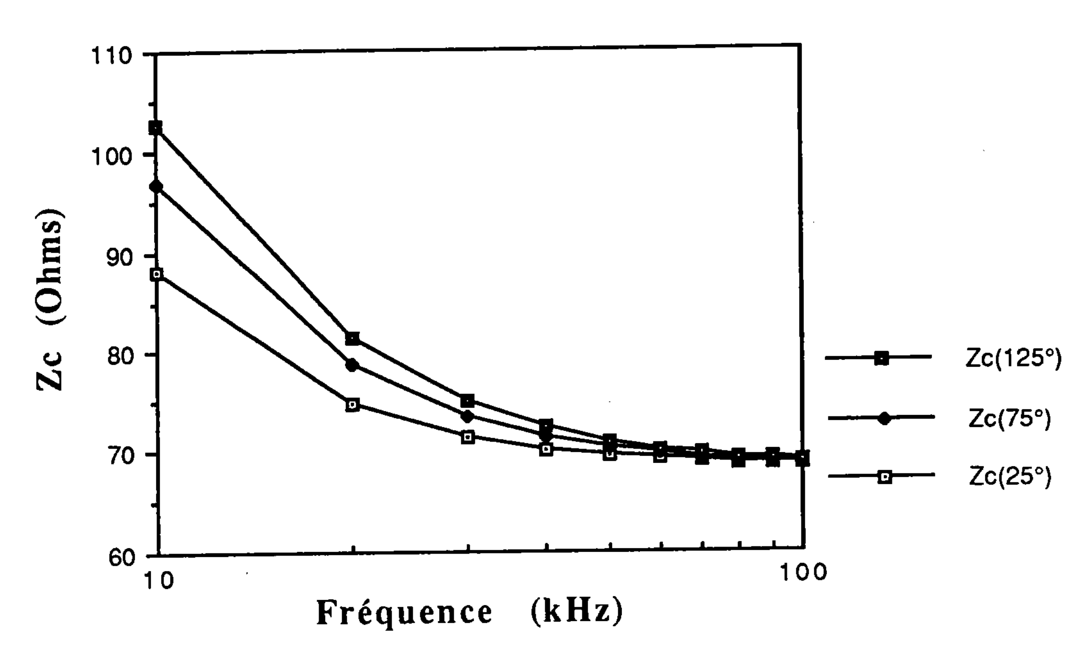


Figure 10 : Impédance Caractéristique=f(Fréq.,Temp.)

Il est bien claire que la valeur de l'impédance caractéristique ainsi définie en figure 10 ne peut adapter le câble coaxial dans le gradient de température. Le formalisme mathématique qui permet de poser les conditions d'adaptation de la puissance transmise à travers le câble nécessite des calculs fastidieux notamment numériques [14],[15],[16]. Nous avons, comme mentionné précédemment, chargé le câble par une résitance s'approchant de l'impédance caractéristique aux hautes fréquences donnée par:

$$Z_c \approx \sqrt{\frac{L}{C}} \qquad (3)$$

seulement pour avoir une idée de comparaison avec le modèle numérique que nous avons développé et qui sera détaillé dans le prochain chapitre.

2-1-2- Modèle PSpice du câble coaxial en hautes fréquences avec gradient de température

Il est fort évident, à cause de l'effet de peau présent dans les conducteurs, que le câble coaxial se comporte différemment aux hautes fréquences [2].

Avant d'aborder tout calcul, il est d'un interêt capital de rappeler ce qu'est l'effet de peau dans un milieu conducteur quelconque et cylindrique, qui est le cas de notre câble coaxial, en particulier. En basses fréquences ou en courant continu, le champ électrique et magnétique induit par, respectivement, la tension et le courant, sont répartis de telle manière à ce que la densité de courant soit uniformèment distribué sur la surface du conducteur. Les schémas des figures 11 et 12 illustrent les situations du conducteur cylindrique en basses et hautes fréquences.

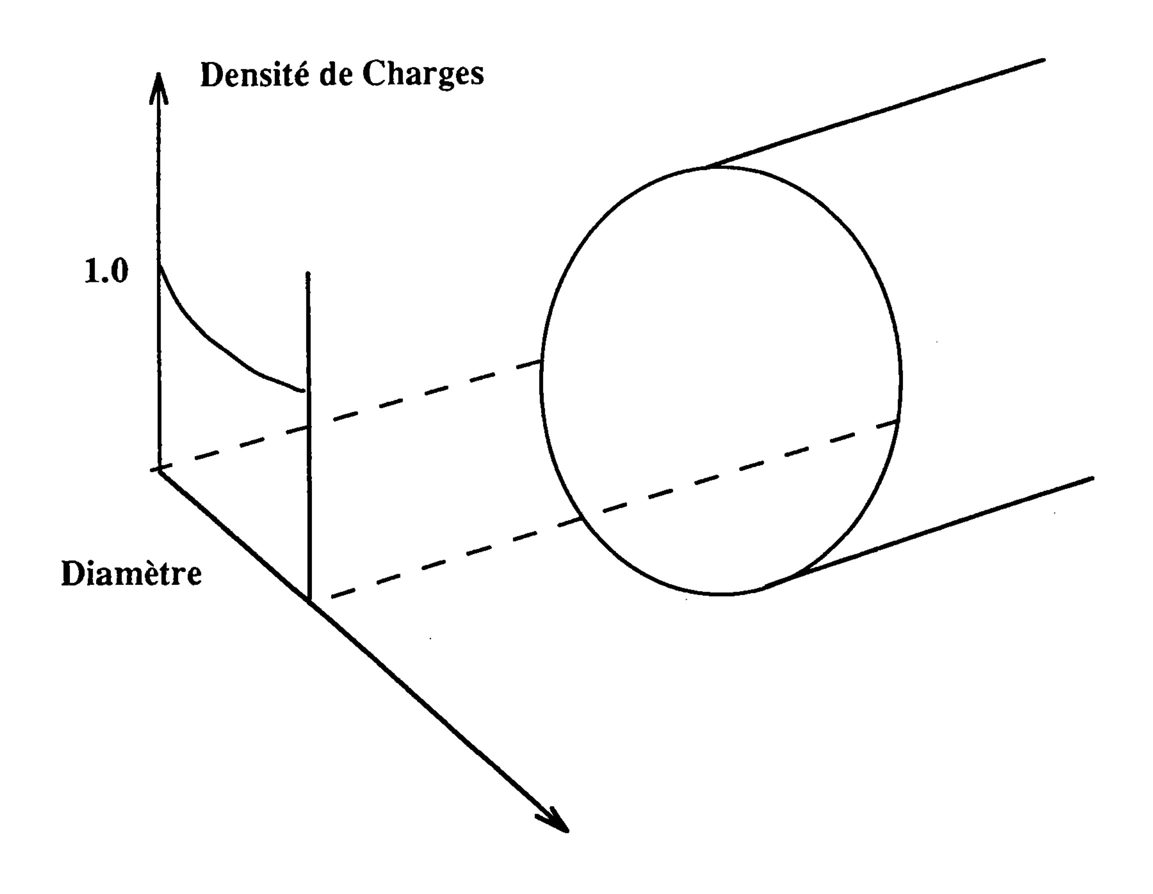


Figure 11: Distribution des porteurs de charges dans un conducteur cylindrique en basses fréquences.

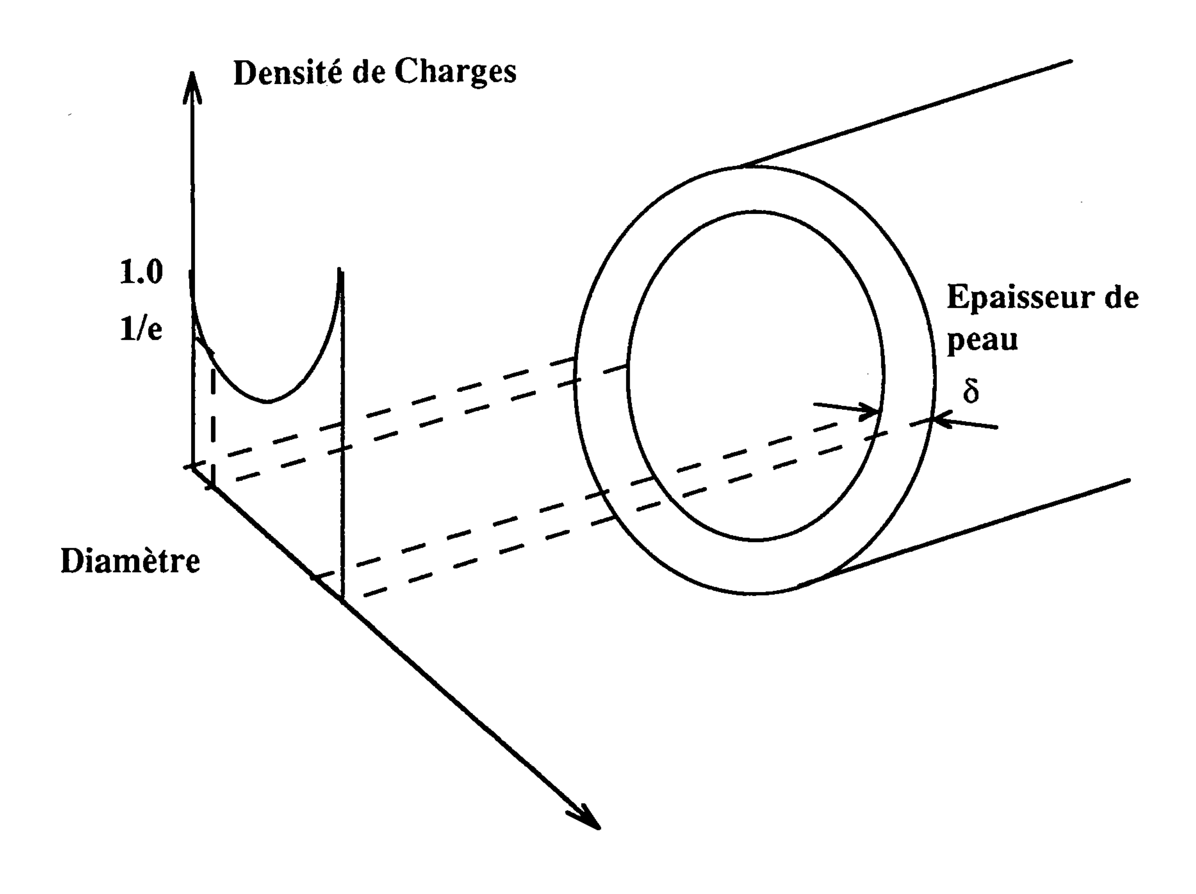


Figure 12: Distribution des porteurs de charges dans un conducteur cylindrique en hautes fréquences.

L'effet de peau ou effet pelliculaire est présent sous certaines conditions de fréquence et de dimensions des conducteurs et il n'est pris en compte que si la fréquence dépasse une certaine limite imposée par ces conditions [2].

Comme il est indiqué également en [2], non seulement la résistance lineïque des conducteurs varie avec la fréquence mais l'inductance lineïque aussi est sujette à cette dispersion fréquentielle. Nous tiendrons compte de ces deux paramètres primaires en particulier, car, comme nous le verrons en détails, l'effet de peau de par son lien analytique avec la conductivité des conducteurs, varie en fonction de la température et par conséquent de façon implicite, puis explicite par la suite, en fonction de la distance.

Pour le modèle PSpice des hautes fréquences, la dispersion fréquentielle ne peut être, de façon explicite, introduite dans les

simulations parce que PSpice n'effectue, ou du moins actuellement, que l'analyse et la simulation des circuits ou composants constants en fréquence. Nous avons tout de même contourné le problème en calculant, à une fréquence donnée, les valeurs de la résistance et de l'inductance que nous avons introduites dans le fichier-circuit en effectuant des analyses fréquentielles très fines de façon à maintenir constants ces deux paramètres primaires.

Ainsi, pour connaître la "vraie" valeur de l'attenuation ou de la phase du signal propagé en hautes fréquences, nous effectuons dans le fichier que nous appelons, par exemple, **HAUTES.CIR**, les instructions suivantes:

. AC DEC 100 1.0Meg 1.2Meg

ce qui nous donne, de façon approximative, l'analyse autour des **1.1Meg**, chose qui est théoriquement impossible pour PSpice car celui-ci ne tient pas compte des variations fréquentielles lors des simulations et par conséquent le simulateur commettrait des abérrations quant au calcul de la vraie valeur de l'attenuation ou de la phase autour des 1.1 MHz. Il est bien clair que plus nous utilisons des intervalles fréquentiels fins et plus la précision est meilleure.

Nous allons, après une description qualitative des deux effets physiques (effet de peau, gradient de température), donner les équations qui régissent les variations, en fonction de la fréquence et de la distance, de l'inductance et de la résistance de chaque cellule ou quadripôle élémentaire comme nous l'avons préalablement établi en [17],[18]. Nous traiterons chaque paramètre primaire (résistance ou inductance) à part.

A) Résistances

A)-1- Résistance du Conducteur central

Le conducteur central du câble coaxial est représenté en figure 13, où est schématisée l'épaisseur de peau illustrant la "fuite" des porteurs de charges vers la surface du conducteur:

$$\delta_i(z) = \sqrt{\frac{\rho_i(z)}{\pi\mu_i f}} \qquad (6)$$

La substitution de (5) dans (4) donne alors,

$$dR_i(z) = \frac{\rho_i(z)}{\pi\delta_i(z)(\delta_i(z) + 2a)}.dz \qquad (7)$$

l'équation (7) est exacte et toutes les fonctions qui y figurent sont analytiquement connues. Nous supposerons, par la suite, que les fréquences sont assez hautes pour que l'approximation,

$$\delta_i(z) << 2a \qquad (8)$$

reste valable quelque soit la profondeur z. L'équation (7) s'avère alors simplifiée. En remplaçant chaque fonction dans (7) par sa valeur, tenant compte de l'approximation (8), nous obtiendrons,

$$dR_i = \frac{1}{2\pi a}.\sqrt{\frac{\mu_i\rho_{i0}.f}{\pi}}.\sqrt{1 + k_i z}.dz \qquad (9)$$

Les paramètres présents dans (9) sont:

ρ_{i0} : la résistivité du conducteur central (interne) à température ambiante;

f : la fréquence du signal sinusoïdal propagé;

k_i : le coefficient de proportionnalité traduisant la variation de la résistivité en fonction de z;

a : le rayon du conducteur central.

Pour calculer la résistance du conducteur central pour une cellule élémentaire de longuer Δz, il convient tout d'abord de calculer la résistance total d'une portion de câble de longueur Z.

La résistance de la cellule élémentaire du conducteur central comprise entre n et n+1 (cf figure 2) est donnée par une équation de récurrence faisant intervenir la valeur de la résistance totale pour la longueur Z. Il est donc nécessaire de calculer analytiquement cette résistance totale d'une portion de longueur finie Z.

L'intégration de l'équation (9) entre 0 et Z (Z est arbitraire et fini) donne, pour le conducteur central dans le gradient de température, la formule ci-dessous,

$$R_i(Z) = \frac{1}{3\pi a k_i} \cdot \sqrt{\frac{\mu_i \rho_{i0} \cdot f}{\pi}} \cdot \{(1 + k_i.Z)^{\frac{3}{2}} - 1\} \qquad (10)$$

Etant donné que les résistances en séries s'ajouttent, la résistance d'une cellule élémentaire de longueur Δz est simplement la différence de la résistance d'une portion de câble de longueur $(n+1).\Delta z$ et de la portion de longueur $n.\Delta z$, ce qui nous mènera par la suite à écrire l'équation de récurrence pour le conducteur central,

$$r_n^i = R_i((n+1).\Delta z) - R_i(n.\Delta z) \qquad (11)$$

La valeur de cette résistance varie bien en fonction de n, la coordonnée longitudinale (dispersion spaciale), et de la fréquence (dispersion fréquentielle) comme le montre explicitement l'équation (10) dont dépend directement l'équation (11).

A)-2- Résistance du conducteur externe

La situation pour le conducteur externe est quelque peu différente du point de vue géométrique mais le principe de calcul demeure inchangé. Les dimensions ainsi que la forme creuse du conducteur externe font intervenir d'autres équations que nous poserons par la suite.

Il est ainsi clair que, du fait de la différence de dimensions entre les conducteurs interne et externe, la fréquence "seuil" pour laquelle les approximations de l'effet de peau (cf équation (8)) deviennent valables est complètement différente pour le conducteur externe.

Le conducteur externe, appelé aussi armure, est représenté en figure 14. Le courant de haute fréquences est ainsi distribué à l'interieur et l'exterieur du cylindre creux.

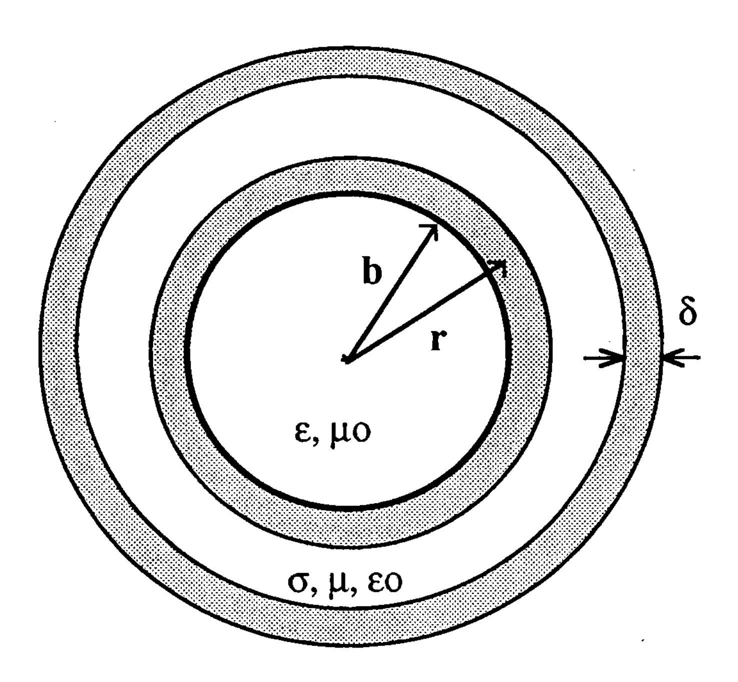


Figure 14: Conducteur externe, distribution du courant de haute fréquence sur les périphéries.

Le conducteur externe sert de retour du courant de haute fréquence. La partie qui nous interesse est la partie interne du conducteur externe. La résistance infinitésimale du conducteur externe selon la figure 14 est donnée par:

$$dR_o(z) = \frac{\rho_o(z)}{\pi\delta_o(\delta_o + 2b)}.dz \qquad (12)$$

Comme précédemment nous appellons, pour les paramètres dans (12), respectivement, $\rho o(z)$ la résistivité du conducteur externe (fonction de z également), $\delta o(z)$ l'épaisseur de peau interne du conducteur externe et b le rayon interne (cf figure 14).

Nous effectuerons les mêmes approximations concernant le diamètre interieur 2b par rapport à l'épaisseur de peau. La résistance de la cellule élémentaire pour le conducteur externe, qui sera ajoutée à celle du conducteur interne, est donnée, après des calculs similaires, par:

$$r_n^o = R_o((n+1).\Delta z) - R_o(n.\Delta z) \qquad (13)$$

Notons que la résistance totale, pour une longueur Z donnée, du conducteur externe Ro(Z) a été obtenue en integrant la résistance infinitésimale entre z=0 et z=Z après avoir effectué toutes simplifications possibles (approximations, substitutions des fonctions de z, etc...).

La connaissance de la résistance totale " élémentaire " du quadripôle du modèle de récurrence est ainsi possible; et elle est donnée, selon (11) et (13), dans sa forme condensée, par l'équation:

$$r_n^t = r_n^i + r_n^o \qquad (14)$$

La croissance de la résistance totale élémentaire en fonction de la racine carrée de la fréquence est implicite dans l'équation (14), traduisant ainsi l'effet de peau dans les conducteurs.

B) Inductances

Il est bien évident que l'inductance soit composée de la somme de trois inductance: Inductance de couplage entre les deux conducteurs interne et externe [19], l'inductance interne du conducteur interne et l'inductance interne du conducteur externe dûes à l'effet de peau qui, de part la distribution des courants qu'il modifie, induit des champs magnétiques dans les conducteurs et par conséquent des inductances internes, d'après le théorème d'Ampère [20], sont à prendre en considération.

Nous traiterons d'abord les inductances internes dûes à l'effet de peau combiné au gradient linéaire de température. L'inductance de couplage, terme majoritairement dominant, sera simplement ajoutée puisque son calcul a été déjà traité [19].

B)-1- Inductance interne du conducteur central

Le schéma de la figure 13 illustre la distribution du courant de haute fréquence dans le conducteur central ou interne. Nous allons faire appel au théorème d'Ampère pour calculer: la densité de courant, le champs magnétique induit, le flux magnétique induit, et enfin l'inductance.

Comme nous l'avons effectué avec les résistances, nous utiliserons le calcul différentiel puisque nous considérons toujours les mêmes étapes de calcul qu'auparavant (inductance infinitésimale, intégration, discretisation, etc...).

La dépendance de l'épaisseur de peau de z nous permet d'introduire cette hypothèse dans le calcul du flux infinitésimal induit par le champs magnétique interne:

$$d\phi_i(r,z) = B_i(r,z)drdz \qquad (15)$$

Bi(r,z) est le champs magnétique interne,

Remarquons dans (15) la dépendance du champs magnétique de la distance z puisque le courant, comme nous le verrons ultérieurement, varie en fonction de z du fait de la variation l'épaisseur de peau (dispersion spaciale de la densité de courant).

Utilisant le théorème d'Ampère pour le conducteur représenté en figure 13, le champs magnétique est donné par:

$$B_i(r,z) = \frac{\mu_i}{2\pi r}.i(r,z) \qquad (16)$$

Le courant interne i(r,z) dans (16) peut être écrit sous sa forme générale:

$$i(r,z) = j_i(z).s_i(r) \qquad (17)$$

La section efficace Si(r), à travers laquelle le courant de haute fréquence circule, dans l'équation (17) est, selon la figure 13, donnée par:

$$s_i(r) = \pi(r^2 - a^2) \qquad (18)$$

La densité de courant donnée par (17), tenant compte de l'effet de peau, est alors:

$$j_i(z) = \frac{i_t}{\pi\delta_i(\delta_i + 2a)} \qquad (19)$$

Il est ainsi clair que le calcul du flux total, pour une longueur Z du conducteur central, est donné par une intégrale double sommant sur les distances z et sur les rayons r.

D'une manière générale, cette intégrale double du flux magnétique induit, est donnée par:

$$\Phi_i^t = \int_0^Z dz \int_{a - \delta_i(z)}^{a} B_i(r,z)dr \qquad (20)$$

Utilisant les mêmes approximations que pour la résistance, nous écrivons le flux total, après plusieurs simplifications et une première intégration, comme étant:

$$\Phi_i^t = \frac{\mu_i i_t}{4\pi a}\{Z + a.\int_0^Z \frac{\ln(1 - \frac{\delta_i(z)}{a})}{\delta_i(z)} dz\} \qquad (21)$$

L'épaisseur de peau est, comme pour la résistance, variable en fonction de z et peut être écrite de la forme:

$$\delta_i(z) = \delta_{i0}\sqrt{1 + k_i z} \qquad (22)$$

de telle manière à ce que, dans l'intégrale donnée en (21), l'épaisseur de peau soit utilisée comme la variable d'intégration après un changement de variable approprié utilisant (22).

L'approximation sur l'épaisseur de peau faite en la considérant très faible devant le rayon a du conducteur interne permet d'écrire, après tous calculs, le flux total:

$$L_i(Z) = \frac{\mu_i}{4\pi a}\{Z - \frac{2a}{k_i\delta_i^2(0)}.(F(Z) - F(0))\} \qquad (23)$$

où la fonction F(z) est donnée par:

$$F(z) = (1 - \frac{\delta_i(z)}{a}).\ln(1 - \frac{\delta_i(z)}{a}) \qquad (24)$$

L'inductance interne élémentaire d'une portion de fil interne de longueur Δz est donc donnée par une équation de récurrence similaire à celle de la résistance:

$$L_n^i = L_i((n+1).\Delta z) - L_i(n.\Delta z) \qquad (25)$$

B)-2- Inductance interne du conducteur externe

La situation est similaire que pour le conducteur central, seules les bornes d'intégration changent du fait de la structure creuse du conducteur.

L'intégration sur le rayon r s'effectue entre b et b + $\delta o(z)$ (cf figure 14), avec $\delta o(z)$ est l'épaisseur de peau interne à une profondeur donnée z.

Nous donnerons le résultat après que tous les calculs mathématiques aient été achevés. L'inductance totale interne, pour une portion de câble de longueur Z, est alors:

$$L_o(Z) = \frac{\mu_o}{4\pi b}\{Z - \frac{2b^2}{k_o\delta_o^2(0)}.(G(Z) - G(0))\} \qquad (26)$$

et les constantes dans (26) sont:

b: le rayon interne du conducteur externe (figure 14);

ko: coefficient de proportionnalité entre la résistance et la distance z qui est le même que pour le conducteur interne (cuivre). Il pourrait être différent pour les câbles dont le blindage (armure) est en acier pour des raisons purement mécanique. Le type de câble que nous avons étudié (i.e: RG58U) fait exception.

$\delta o(0)$: épaisseur de peau à l'origine des distances z du conducteur externe.

La fonction G(z) est donnée par:

$$G(z) = (1 + \frac{\delta_o(z)}{b}).\ln(1 + \frac{\delta_o(z)}{b}) \qquad (27)$$

L'inductance total de la cellule élémentaire, inductance de couplage incluse [19], est alors:

$$L_n^t = L_n^i + L_n^o + \Delta z.\frac{\mu 0}{2\pi}.\ln\frac{b}{a} \qquad (28)$$

où $\mu 0$ est la perméabilité magnétique du vide usuellement égale à $\mu 0 = 4\pi * 10^{-7}$ S.I

A présent les inductances ainsi que les résistances du modèle discret PSpice sont connues et définies par des fonctions analytiques

aisèment intégrables, comme nous l'avons fait pour le modèle en basses fréquences, dans des fichiers de commande .CIR pour le circuit passif à une fréquence donnée.

PSpice présente l'handicap de ne pas pouvoir, de façon automatique, tenir compte de la dispersion fréquentielle dûe à l'effet de peau. Néanmoins, nous pouvons fixer la fréquence, utilisant les équations (14) et (28), pour effectuer une analyse fréquentielle très fine.

Le principe en lui même est simple: Soit à déterminer une grandeur (tension, courant, impédance ou autres) à la fréquence f0 par exemple. Nous utilisons les fonctions inductance et résistance de la fréquence à f=f0, puis à la simulation nous demandons une analyse dans une bande très étroite entre f0-Δf et f0+Δf, avec Δf très faible pour pouvoir connaître, à l'approxiamtion près, l'attenuation ou la phase à f=f0.

Nous effectuerons par la suite les simulations pour d'autres fréquences pour pouvoir rassembler l'ensemble des résultats en vue d'obtenir une réponse fréquentielle beaucoup plus représentative au lieu d'effectue une étude temporelle nécessitant l'utilisation de la Transformée de Fourier Rapide.

Les équations qui régissent les variations de la résistance et de l'inductance de chaque quadripôle élémentaire en fonction de la distance et de la fréquence étant développées, la simulation, compte tenu du problème de la dispersion fréquentielle de ces paramètres primaires, est ainsi possible. Pour ce fait nous donnerons en détail le programme de simulation concernant les hautes fréquences sous certaines conditions entre la longueur d'ondes, pour ce cas précis de domaine fréquentiel, et longueur totale du câble coaxial et la longueur de chaque quadripôle élémentaire.

Nous représentons en figure 15, la variation en 3D de la densité de courant j(r,z) pour f=1MHz. Le domaine de r est: 0< r <a/2 et le domaine de z est 0< z <Zmax=100.000 m (valeur assez grande pour pouvoir représenter qualitativement les variations longitudinales de la densité de courant). Le tracé automatique a été effectué grâce au programme de calculs **Mathematica**™.

```
Plot3D[Exp[66.089485*(-r)/Sqrt[1+0.00011*z]],{r,0,0.0005},{z,0,100000}]
```

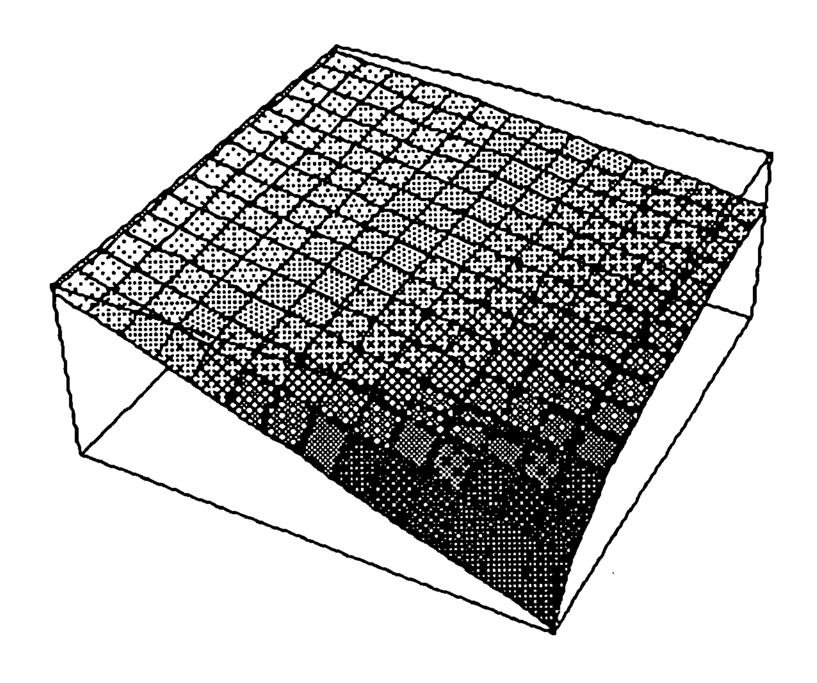


Figure 15: Densité de courant J(r,z) pour f=1MHz

Le programme de simulation PSpice contiendra, en plus des options de commandes **.OPTIONS, .PROBE,** etc..., les fonctions résistances et inductances traduisant la dépendance spaciale et fréquentielle.

En ce qui concerne la fréquence, puisqu'elle ne peut être incrémentée automatiquement, nous la déclarerons comme paramètre constant. Le programme ci-dessous explique concrétement le mode de fonctionnement de cette délicate simulation.

Nous appellons, pour le fichier de commande CIRCUIT, le fichier **HAUTES.CIR.** Nous nous bornerons au cas du câble de 500m de long pour illustrer, de manière qualitative, la procedure de création du fichier. Les constantes que nous allons utiliser dans le programme sont:

- La résistivité du cuivre, qui, d'après les équations de la résistance et de l'inductance, est la plus utilisée que la résistance lineïque à température ambiante comme pour le modèle des basses fréquences;

- L'inductance et la capacité à température ambiante sont respectivement: L=0.25 μH/m, C=100 pF/m;

- Les dimensions des conducteurs interne et externe respectivement sont: a=R1=0.5 mm, b=R2=1.745 mm;

- La fréquence à laquelle nous nous proposons d'étudier la réponse ainsi que la phase du câble coaxial est de 1 MHz;

- La bande de fréquence est très étroite, nous la prendrons égale à: Δf=100 kHz, soit alors un intervalle relativement fin allant de 950 kHz à 1050 kHz;

- Pour le conducteur central comme pour le conducteur externe, nous utiliserons le même coefficient de température, soit alors: ki=ko=k=1.1e-4 $\Omega.m^{-1}.^{\circ}C^{-1}$.

- Etant donné que le cuivre, matériau qui constitue les conducteurs du câble étudié, est non ferromagnétique, sa perméabilité relative est égale à l'unité. Nous avons ainsi simplifié les calculs en substituant directement la valeur numérique $\mu 0=4\pi*10^{-7}$ S.I. dans les équations de la résistance et de l'inductance;

```
Cable Coaxial de 500m de long ; Ligne de titre du texte ;
.PROBE
.OPTIONS      RELTOL=0.001          NUMDGT=8
.AC DEC 100   950k     1050k
.PARAM        k=1.1e-4,  L0=0.25uH,  C=100pF,  Freq=1e06,
+Pi=3.1415927,   R1=5e-4,   R2=1.745e-3,   DeltaZ=50,
+Mu0=1.2566371e-6,   Rho=1.724e-8
*
*
*************************************************************
* Definition de la fonction    H(z) = (1+k.z)^(3/2) - 1
*************************************************************
*
*
.FUNC    H(Z)      (PWR(1+k*Z,3/2)-1)
*
*
*************************************************************
* Definition de la fonction de la resistance totale du
*conducteur interne
*
```

$$R_i(Z) = \frac{1}{3\pi a k_i} . \sqrt{\frac{\mu_i \rho_{i0} . f}{\pi}} . \{(1 + k_i . Z)^{\frac{3}{2}} - 1\}$$

```
*
*************************************************************
*
*
. FUNC    RTotaleCent(Z)
     ((1/3*Pi*R1*k)*SQRT(Mu0*Rho/Pi)*H(Z)*SQRT(Freq))
*
*
*************************************************************
* Definition de la fonction resistance totale du conducteur
*externe
*************************************************************
*
*
. FUNC    RTotaleExt(Z)
     ((1/3*Pi*R2*k)*SQRT(Mu0*Rho/Pi)*H(Z)*SQRT(Freq))
*
*
*************************************************************
*    Resistance de la cellule elementaire
*************************************************************
*
*
. FUNC R(Z)
(RTotaleExt(Z+DeltaZ)-RTotaleExt(Z)+RTotaleCent(Z+DeltaZ)-
RTotaleCent(Z))
*
*
*************************************************************
* Definition de l'inductance totale du conducteur central
*************************************************************
*
*
*************************************************************
*    Epaisseur de peau δ(z) donnee par la formule:
*
```

$$* \quad \delta_i(z) = \delta_{i0}\sqrt{1 + k_i z}$$

```
*************************************************************
*
*
. FUNC  Delta(Z)     (SQRT((Rho/Pi*Mu0*Freq)*(1+k*Z)))
*
*
*************************************************************
```

```
*    Inductance   Totale   de   la   Cellule   Elementaire,
*Inductance de Couplage  Comprise
**************************************************************
*
*
. FUNC  L(Z)
(LTotaleExt(Z+DeltaZ)-LTotaleExt(Z)+LTotaleCent(Z+DeltaZ)-
LTotaleCent(Z)+(Mu0/2*Pi)*DeltaZ*Log(R2/R1))
*
*
**************************************************************
*    Definition  de  la  procedure  subcircuit
**************************************************************
*
*
. SUBCKT  CELL      1     3     PARAMS:  Z=50
R1   1     2     {R(Z)}
L1   2     3     {L(Z)}
C1   3     0     C0
. ENDS
*
*
**************************************************************
     Appels  de  la  procedure  pour  le  reste  des  quadripoles
**************************************************************
*
*
XquadHF1      1    3    CELL      PARAMS:  Z={50}
XquadHF2      3    5    CELL      PARAMS:  Z={100}
XquadHF3      5    7    CELL      PARAMS:  Z={150}
XquadHF4      7    9    CELL      PARAMS:  Z={200}
XquadHF5      9    11   CELL      PARAMS:  Z={250}
XquadHF6      11   13   CELL      PARAMS:  Z={300}
XquadHF7      13   15   CELL      PARAMS:  Z={350}
XquadHF8      15   17   CELL      PARAMS:  Z={400}
XquadHF9      17   19   CELL      PARAMS:  Z={450}
XquadHF10     19   21   CELL      PARAMS:  Z={500}
*
*
Rentree  1    0    1.0G
*
*
**************************************************************
*    Impedance  de  Charge  ZL=50Ω
**************************************************************
*
```

```
*
Rcharge 21  0   50
*
*
*************************************************************
*   Source de Tension
*************************************************************
*
*
Ventree 1   0   AC  10Volt
.END
```

Le fichier texte ou source du programme de simulation de la propagation des ondes électromagnétiques pour les hautes fréquences est ainsi défini. Ceci étant donné à titre explicatif du modèle des hautes fréquences puisque la subdivision que nous avons utilisé dans cet exemple n'est pas assez fine pour représenter, dans ce domaine de fréquences, les tensions et courants que nous cherchons.

Nous donnerons en annexes le fichier texte détaillé concernant le câble coaxial du type RG58U de différentes longueurs utilisant le programme de génération automatique de fichiers textes à partir des données préalablement énumérées lors de la description détaillée du modèle en basses fréquences.

Les résultats des simulations PSpice pour ce cas précis sont donnés en figures 16 et 17 où nous avons représenté, pour différentes longueurs de câble, les attenuations et les phases en fonction de la fréquence en rassemblant les résultats de chaque point de "fréquence"; nous entendons par point de fréquence l'attenuation ou la phase calculés par la simulation PSpice autour d'une fréquence donnée (à cause du problème de dispersion fréquentielle dû à l'effet de peau affectant l'inductance et la résistance).

```
*    La fonction F(Z) donnee par:
```

$$F(z) = (1 - \frac{\delta_i(z)}{a}).\ln(1 - \frac{\delta_i(z)}{a})$$

```
*
*************************************************************
*
*
. FUNC F(Z)   ((1-Delta(Z)/R1)*Log(1-Delta(Z)/R1))
*
*
*************************************************************
*    Fonction Inductance interne total du Conducteur
*central:
```

$$L_i(Z) = \frac{\mu_i}{4\pi a}\{Z - \frac{2a}{k_i\delta_i^2(0)}.(F(Z) - F(0))\}$$

```
*
*************************************************************
*
*
. FUNC LTotaleCent(Z)   ((Mu0/4*Pi*R1)*(Z-2*R1*(F(Z)-
F(0))/k*SQR(Delta(0))))
*
*
*************************************************************
*    Fonction G(z) definie par:
```

$$G(z) = (1 + \frac{\delta_o(z)}{b}).\ln(1 + \frac{\delta_o(z)}{b})$$

```
*
*************************************************************
*
*
. FUNC   G(Z)      ((1+Delta(Z)/R2)*Log(1+Delta(Z)/R2))
*
*
*************************************************************
*    Fonction Inductance Interne Total du Conducteur
Externe:
*
```

$$L_o(Z) = \frac{\mu_o}{4\pi b}\{Z - \frac{2b}{k_o\delta_o^2(0)}.(G(Z) - G(0))\}$$

```
*
*************************************************************
*
*
. FUNC   LTotaleExt(Z)   ((Mu0/4*Pi*R2)*(Z-2*R2*(G(Z)-
G(0))/k*SQR(Delta(0))))
*
*
*************************************************************
```

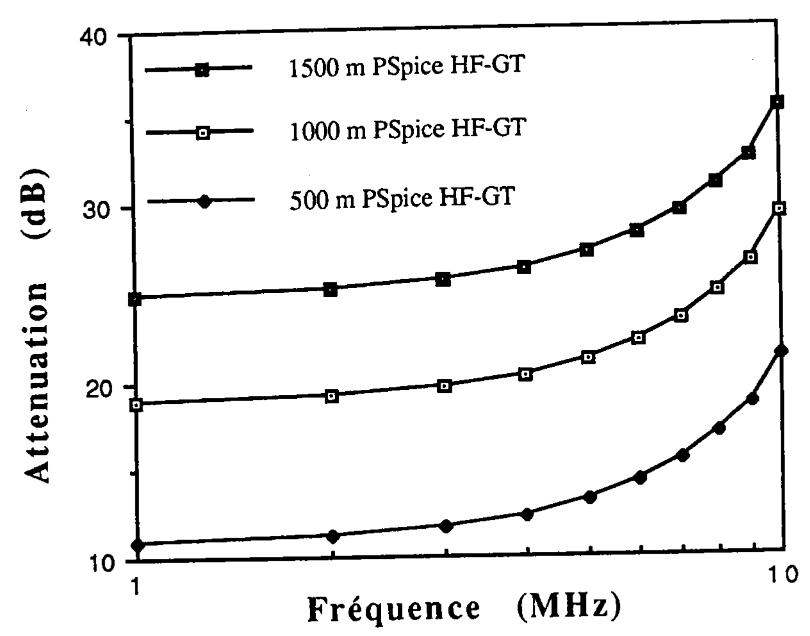


Figure 16: Atten.=f(Fréquence), L=500, 1000 et 1500 m, en HF avec Gradient de Température

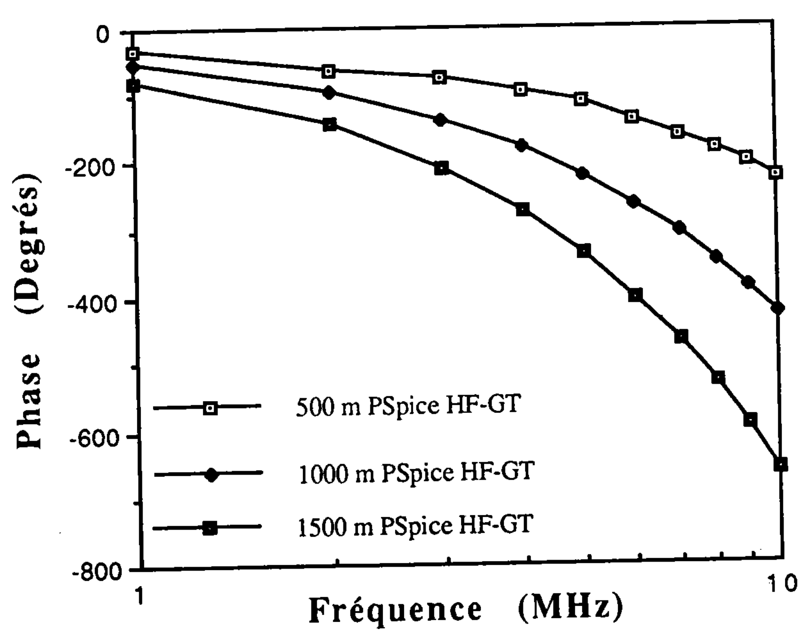


Figure 17: Phase=f(Fréquence), L=500, 1000 et 1500 m, en HF avec Gradient de Température

La résistance de la cellule élémentaire à un point "discret" quelconque pour le modèle des hautes fréquences est donnée en figure 18.

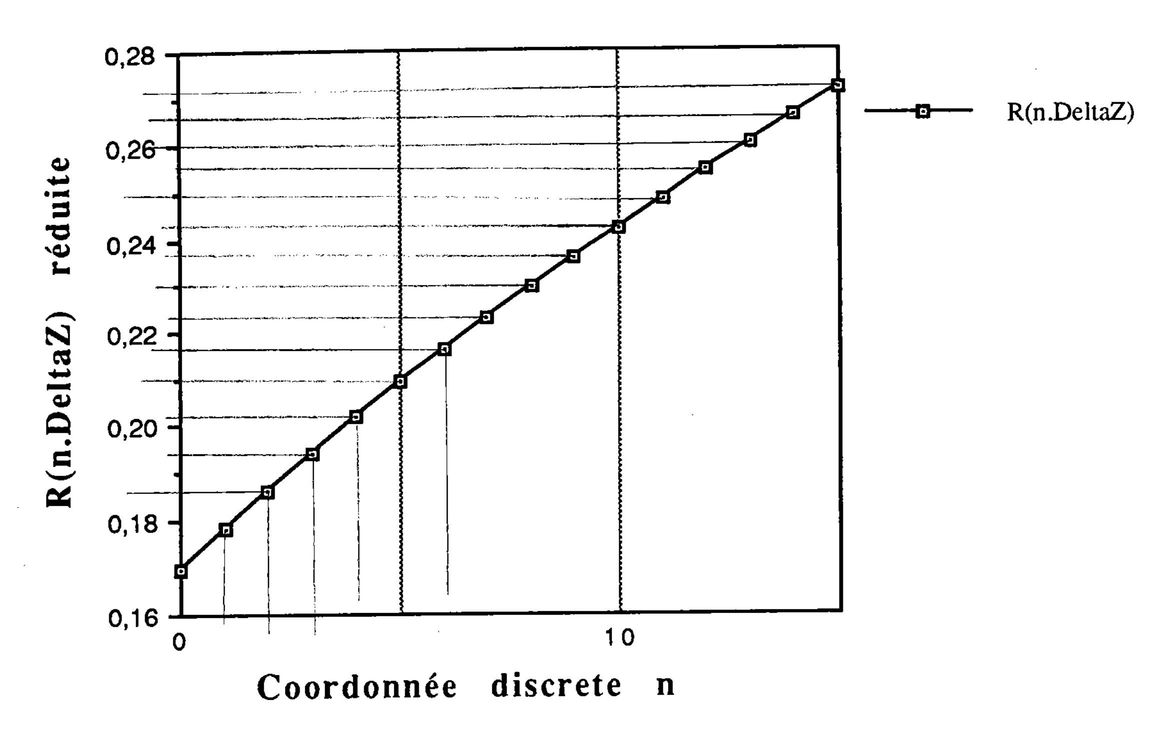


Figure 18: Résistance=f(z) pour les Hautes fréquences

La fréquence étant fixée, seule la variation selon z est prise en compte pour connaître l'aspect de la courbe résistance-distance qui n'est pas (cf figure 18) tout à fait linéaire à cause de l'effet de peau qui fait introduire une variation en racine carré de la résistivité.

La variation des paramètres primaires (résistance et inductance) en fonction de la distance est non linéaire ce qui se traduit par des écarts, entre les attenuations pour les différentes longueurs de câble, qui ne sont pas régulièrement espacés (cf figure 16).

Il est important de souligner, comme l'étude qui a été développée en [10] nous l'indique, qu'un câble entièrement plongé dans un milieu à température uniforme présente une variation linéaire de l'attenuation en fonction de la température; dans notre cas cette linéarité n'est pas observée malgré la faible non linéarité de la résistance (cf figure 18) (généralement les variations de l'inductance en fonction de la température influent très peu sur l'attenuation et la phase). Ceci veut tout simplement dire que l'attenuation est très sensible à la moindre variation de résistance.

Notons aussi que le problème de la dispersion fréquentielle est à résoudre parce qu'il peut, pour des applications demandant plus de précisions, engendrer des erreurs beaucoup plus importantes.

Nous verrons plus loin que le modèle de simulation PSpice s'avère tout à fait cohérent avec le modèle numérique des

différences finies que nous allons développer dans les prochains paragraphes.

2-2- Le modèle des Différences Finies avec gradient de température

2-2-1- Introduction

Les problèmes de la physique, d'une manière générale, font souvent appel à des calculs mathématiques parfois fastidieux difficiles à résoudre par les méthodes de calcul symbolique. Il est alors nécessaire de solutionner ces problèmes en faisant appel aux techniques de calculs numériques.

La méthode des différences finies est classée parmi les méthodes les plus efficaces en raison de sa facilité de mise en oeuvre (équation décrivant ainsi un modèle équivalent et approximatif d'un système réel quelconque régis par des équations différentielles ou autres difficilement résolvables analytiquement), ainsi que de sa relative faible dimension mémoire.

Nous entendons par relative faible dimension mémoire, en comparaison avec d'autres méthodes numériques telles que: la mèthode de éléments finis [21],[22] (beaucoup appliquée en dynamique des structures, la théorie des coques, en mécanique des sols, en tectonique des plaques, la modélisation des phénomènes vibratoires aléatoires tels que les seismes, les antennes quand il s'agit de calculer une distribution de champ électromagnétique en général pour une structure géometrique complexe, etc...), la méthode du moment [20] (antennes), etc...

Le cas du câble coaxial plongé dans un gradient de température fait partie de cette catégorie de problèmes qui font appel à un calcul analytique très fastidieux car, comme nous le verrons plus en détail, l'équation des télégraphistes [9] s'avère difficile à integrer analytiquement à cause de la variation longitudinale de la résistance.

La résolution de l'équation des télégraphistes dans le cas où la température est uniformèment répartie le long du câble, s'effectue sans aucune difficulté particulière; en revanche, l'introduction du câble coaxial dans un milieu où la température croît linéairement avec la distance, fait varier les valeurs des paramètres R, L, C, G usuellement dits répartis et par conséquent, pour la résolution des équations différentielles des courants et/ou tensions [12], des termes

contenants désormais les fonctions R, L, C, G ainsi que leurs dérivées premières sont à superposer aux équations générales de propagation; ce qui complique évidemment le problème et nécessite l'utilisation d'une méthode numérique représentant le modèle le plus approximatif que possible au cas réel.

L'étude que nous avons menée concerne essentiellement la réponse fréquentielle du câble coaxial en basses fréquences et en hautes fréquences. Cependant, dans notre cas précis, la réponse temporelle est couteuse et compliquée du point de vue non pas de sa mise en équation mais du temps d'execution du programme de calcul, à chaque échantillon de temps donné, de la tension ou du courant de réponse.

Notons que pour une éventuelle étude temporelle, il est nécessaire d'introduire les deux variables d'espace (dispersion spatiale longitudinale) et de temps; alors que dans le domaine fréquentiel, seule est considérée la variable espace ce qui réduit énormément le temps de calcul ainsi que la mémoire vive nécessaire.

La méthode des différences finies permet de remplacer une équation différentielle "continue", dont la résolution analytique fait appel à des calculs généralement fastidieux, par son modèle "discret" ou récurrent. La résolution devient alors numérique et nécessite l'utilisation de l'ordinateur.

Puisque le but est d'effectuer une étude fréquentielle de l'attenuation et de la phase pour différentes longueurs de câble, la méthode des différences finies ainsi appliquée n'étudie pas les régimes transitoires. Dans tout ce qui suivra, le terme harmonique est omis et on suppose le régime permanent établi.

Deux modèles représentatifs du câble coaxial ont été élaborés: modèle en basses fréquences, modèles en hautes fréquences (effet de peau).

1°) Dans le modèle des basses fréquences (i.e: l'effet de peau n'est pas considéré), seul le paramètre qui dépend de la température est la résistance. Celle-ci est remplacée, pour le modèle discret, par une fonction en escalier au lieu d'une fonction affine continûment croissante avec la distance. Le but est évidemment de pouvoir remplacer le câble réel dans le gradient linéaire de température par son modèle équivalent de quadripôles en cascade où la valeur de la résistance de chaque cellule élémentaire est constante localement mais qui augmente suivant la fonction en escalier préalablement

décrite. Les coefficients de température de l'inductance et de la capacité sont en effet très faibles. Bien que celui de la conductance ou perditance soit élevé, il peut cependant être négligé car son terme n'intervient que pour une très faible part dans l'affaiblissement.

2°) Dans le modèle des hautes fréquences, l'effet de peau combiné analytiquement à celui du gradient de température par le fait que la conductivité à son tour dépend de la variation de température, permet de calculer la résistance et l'inductance lineïques en fonction de la distance.
Ce modèle différe évidemment du précédent puisqu'il prend en compte la dispersion spatiale de l'inductance. La dispersion fréquentielle de la résistance et de l'inductance découlent des fonctions de Bessel [23] pour les conducteurs cylindriques qui forment le câble coaxial. Ainsi, sont définis deux paramètres primaires dependant chacun de la fréquence et de la distance. La méthode des différences finies tient compte de ces fonctions de la distance pour le calcul des attenuations ainsi que des phases pour différentes longueurs de câble.

La méthode des différences finies ainsi appliquée nous a permis de deteminer la température d'un défaut thermique localisé le long du câble coaxial en résolvant des équations de récurrence pour les courants et tensions du modèle discret préalablement cité.

En effet, une simple mesure de l'attenuation du signal propagé le long du câble coaxial a permis de mesurer la température du défaut thermique présent dans un milieu difficilement accessible. Les résultats prédits et ceux donnés par une mesure directe sont en bonne cohérence.

Notons que pour des raisons de précision de mesure, le modèle concerne les basses fréquences parce que le coefficient de températaure en hautes fréquences est plus faible du fait de la variation inverse de l'effet de peau avec la conductivité [12].

La variation de la températaure prédeterminée à partir de l'attenuation du signal est linéaire. Une propriété commode pour l'étalonnage de la sonde de mesure de température.

Nous proposons donc un nouveau type de capteurs de température utilisant la mesure de l'affaiblissement des ondes électromagnétiques comme méthode de mesure indirecte de température; l'utilisation s'avère à la fois simple et économique.

- Matériel et environnement informatique

Nous avons utilisé les deux méthodes préalablement citées comme moyen de calcul et de comparaison de l'attenuation et de la phase dans le cas du câble coaxial plongé dans un gradient linéaire de température.

Le langage de programmation utilisé: Langage C de Microsoft sous environnement AIX, compatible UNIX V.

Pour la modèlisation par Différences Finies ainsi que pour les simulations Pspice, le micro ordinateur utilisé est un IBM PS2 ayant les caractéristiques suivantes:
- Microprocesseur 80386.
- Fréquence d'horloge de 25 MHz,
- Mémoire vive 8 Méga Octets,
- Disque dur de 120 Méga Octets.

Le système d'exploitation utilisé est l'AIX.

- Interêt de l'utilisation de la méthode des Différences-Finies

Par sa relative simplicité d'application, la méthode des différences finies offre une grande facilité de mise en équations connaissant les conditions initiales ou les conditions aux limites.

En ce qui concerne le câble coaxial, la connaissance de l'impédance de charge permet, par des équations de récurrences tenant compte de la variation de la résistance selon un schéma simple des différences finies, similaire aux schémas donnés en référence [24] [25], la connaissance de la phase et de l'atténuation le long de la "ligne fictive" [26] équivalente au câble.

Comme on le verra, la méthode des Différences-Finies ainsi appliquée, s'est avérée très rapide et surtout de faible immobilisation mémoire.

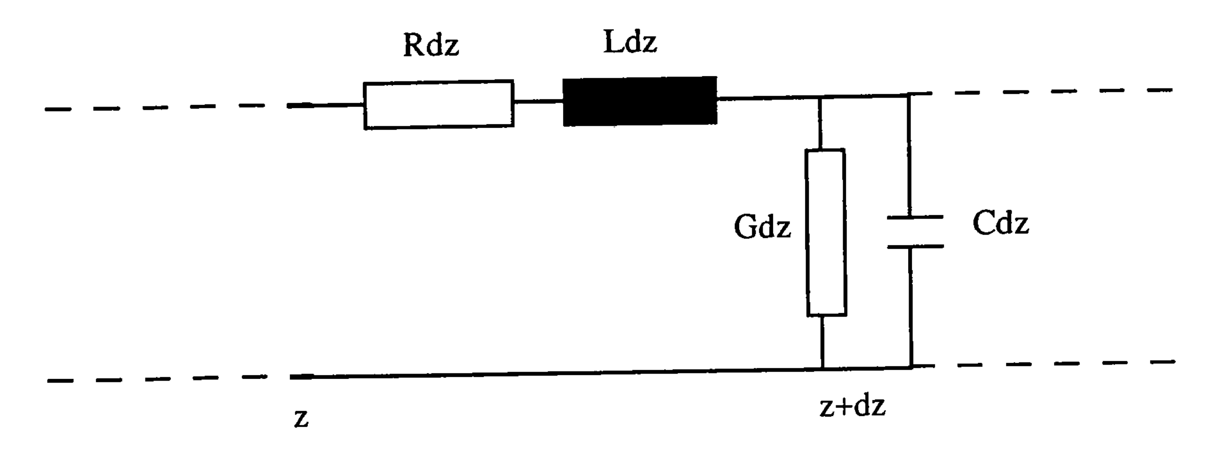
2-2-2- Rappel sur la résolution de l'équation des Télégraphistes

Rappelons d'abord les équations de couplage courant-tension pour une ligne quelconque, équations dont découle l'équation des télégraphistes. Nous avons alors:

$$-\frac{\partial V(z,t)}{\partial z} = R.I(z,t) + L.\frac{\partial I(z,t)}{\partial t} \qquad (29)$$

$$-\frac{\partial I(z,t)}{\partial z} = G.V(z,t) + C.\frac{\partial V(z,t)}{\partial t} \qquad (30)$$

où les paramètres primaires R, L, C et G sont représenté par le schéma ci-dessous:



Paramètres Primaires d'une Ligne de Transmission Supposée Homogène et Uniforme.

L'équation des télégraphistes d'une manière générale, pour un milieu diélectrique homogène et isotrope, s'écrit de la forme suivante:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \frac{1}{u^2}.\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} + (LG + RC).\frac{\partial V}{\partial t} + RG.V \qquad (31)$$

ou alors pour le courant,

$$\frac{\partial^2 I}{\partial z^2} = \frac{1}{u^2}.\frac{\partial^2 I}{\partial t^2} + (LG + RC).\frac{\partial I}{\partial t} + RG.I \qquad (32)$$

avec u le module de la vitesse de propagation de l'onde électromagnétique dans le milieu donnée par:

$$u = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (33)$$

Dans le cas le plus général (i.e: toutes les pertes sont considérées), la solution de l'équation (29), par exemple, dans le domaine temporelle est donnée par:

$$V(z,t) = e^{-\alpha z}.g(z-ut) + e^{+\alpha z}.h(z+ut) \qquad (34)$$

où les fonctions g et h sont entièrement déterminées par les conditions aux limites et la constante α est donnée par:

$$\alpha = R\sqrt{\frac{C}{L}} \qquad (35)$$

représentant ainsi l'attenuation de l'onde en Népers.

La résolution de l'équation des télégraphistes dans le domaine fréquentiel aboutit à la détermination de l'attenuation et de la phase en fonction de la fréquence et pour une longueur quelconque.

Il est ainsi inutile de rentrer dans les détails en ce qui concerne cette section de rappel car le problème principal est beaucoup plus complexe. Nous développerons par la suite la méthode de résolution des équations du type (29) et (30).

2-2-3 Modèle des différences finies pour le câble coaxial en basses fréquences

Le modèle des différences finies, d'une manière générale est basé sur la discretisation des équations du type (29) et (30) avec, pour paramètres variables en fonction de la distance z, la résistance R(z), qui, du fait de la variation (en basses fréquences) de la résistivité des conducteurs interne et externe du câble coaxial en fonction de la température à croissance linéaire, varie elle aussi en fonction de la distance longitudinale z.

La méthode est donc basée sur le remplacement des deux équations (29) et (30) qui gouvernent la propagation du courant et de la tension (équation de couplage électromanétique) par un modèle discret, donc approximatif au câble réel équivalent.

Il existe plusieurs schémas de discretisation; avant d'en choisir un parmi ceux-ci, il est commode d'en énumerer les plus couramment utilisés [25],[27], [28].

Ainsi, pour approcher une dérivée partielle du premier ordre, par exemple, du type:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) \qquad (36)$$

nous pouvons utiliser trois approches différentes:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \frac{f(x+\Delta x,y)-f(x,y)}{\Delta x} \qquad (37)$$

ou

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \frac{f(x,y)-f(x-\Delta x,y)}{\Delta x} \qquad (38)$$

ou alors,

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \frac{f(x+\frac{\Delta x}{2},y)-f(x-\frac{\Delta x}{2},y)}{\Delta x} \qquad (39)$$

Notons que la précision de l'approximation dépend du type du schéma utilisé. Ainsi, le schéma de l'équation (39) présente le plus de précision. Le seul inconvénient qu'il pourrait présenter est le temps de calcul qui dépend, bien évidemment, du type de fonctions à traiter ainsi que le nombre d'opérations à executer [16].

L'incertitude pour les équations (37) et (38) est en $O(\Delta x)$ tandis que l'incertitude pour (39) est en $O(\Delta x^2)$. On préférera donc, en général, l'expression symétrique (39).

Comme nous le verrons plus loin, la résolution concerne des équations aux dérivées partielles du type (29) et (30), et par conséquent les rappels sur les schémas numériques pour le premier ordre sont amplement suffisants. Il est évident, pour une étude temporelle des équations générales (31) et (32), qu'un développement des schémas numériques des équations aux dérivées partielles du second ordre s'imposerait.

Les équations (29) et (30) dans le cas de notre câble coaxial plongé dans un gradient linéaire de température s'écrivent [17], en se plaçant dans le cas du régime harmonique, de la forme:

$$\frac{dV(z)}{dz} = -(R(z)+jL\omega).I(z) \qquad (40)$$

$$\frac{dI(z)}{dz} = -(G+jC\omega).V(z) \qquad (41)$$

Ces équations tiennent compte de la conductivité transverse du milieu diélectrique, paramètre généralement négligé. La constante G est parfois intentionnellement augmentée, en choisissant un diélectrique légèrement conducteur, pour diminuer la diaphonie entre conducteurs des câbles multiconducteurs [29], [30]. Dans toute l'étude que nous faisons, seules sont considérées la résistance, l'inductance et la capacité, paramètres électriques dont dépendent l'attenuation et la phase que nous avons étudiées.

Pour ce modèle des basses fréquences, la fonction résistance R(z) qui intervient dans l'équation (40), est celle représentée en figure 1a pour le modèle du câble réel qui sera, d'ailleurs, remplacée par celle de la figure 1b.

Nous avons choisi le schéma de la forme (37) (semblable à celui de (38)) car la résistance R(z) a été discretisée, pour le modèle PSpice, selon ce schéma qui représente moins de temps de calcul pour PSpice pour pouvoir comparer les temps de calcul des deux méthodes. Néanmoins, l'utilisation du schéma (39) ou d'autres schémas est également faisable si les moyens de calcul étaient plus performants.

La résistance R(z) est la seule fonction, exceptées V(z) et I(z), existant dans (40) et (41). La droite qui régit sa croissance est de la forme:

$$R(z) = A+B.z \qquad (42)$$

pour le modèle discret des différences finies selon le schéma (37), sa valeur récurrente est:

$$R(n.\Delta z) = A+B.n.\Delta z \qquad (43)$$

où les constantes réelles $A=R_{amb}$ et $B=R_{amb}*\alpha_R*k$ comme elles sont définies dans l'équation (2).

Les équations générales (29) et (30) s'écrivent, pour un schéma de la forme (37) par exemple, de la forme suivante:

$$V_{n+1} - V_n = - \Delta z.(R_n+jL\omega).I_n \qquad (44)$$

$$I_{n+1} - I_n = - \Delta z.(G+jC\omega).V_n \qquad (45)$$

où respectivement les tensions discretes V_n ainsi que les courants discrets I_n sont exprimés par leurs relations de récurrences suivantes:

$$V_n = V(n.\Delta z) \qquad (46)$$

et

$$I_n = I(n.\Delta z) \qquad (47)$$

avec la variable discrete $0 \leq n \leq N\text{-}1$ (cf figure 2).

Les équations du modèle des différences finies ainsi obtenues correspondent aux schémas des figures 2 et 3. La conductance transverse G sera, dans toute l'étude, négligée puisqu'elle n'intervient presque jamais du fait de sa faible valeur et de sa relative faible variation en fonction de la température [13]. La résolution des équations (44) et (45) s'effectue en utilisant la condition limite en bout de ligne (liant courant, tension et admittance de charge) car l'admittance de charge est connue au préalable par la relation:

$$G_L = \frac{I_N}{V_N} \qquad (48)$$

avec, pour les tensions V_N et courants I_N en bout de ligne, les valeurs théoriques déduites de l'équation (48):

$$I_N = I(N.\Delta z) \qquad (49)$$

et

$$V_N = V(N.\Delta z) \qquad (50)$$

Le gain complexe en tension en fonction de la fréquence peut être écrit de la forme d'un produit de rapports de tensions:

$$\frac{V_N}{V_0} = \frac{V_N}{V_{N-1}} * \frac{V_{N-1}}{V_{N-2}} * \ldots * \frac{V_1}{V_0} \qquad (51)$$

Pour que ces conditions soient utilisables, il est convenable de réecrire les équations générales (44) et (45) en remplaçant n=N-1. Par conséquent, nous obtiendrons le système d'équations suivant:

$$V_N - V_{N-1} = -\,\Delta z.(R_{N-1} + jL\omega).I_{N-1} \qquad (52)$$

et

$$I_N - I_{N-1} = -\Delta z.(G+jC\omega).V_{N-1} \qquad (53)$$

Le système d'équations ainsi obtenu se résoud en divisant (52) et (53) par V_{N-1}, puis en substituant l'admittance de charge donnée par la relation (48). Nous obtenons donc le rapport des tensions suivant:

$$\frac{V_N}{V_{N-1}} = \frac{1+LC\omega^2\Delta z^2-jR_{N-1}C\omega\Delta z^2}{1+R_{N-1}G_L\Delta z+jL\omega G_L\Delta z} \qquad (54)$$

Le calcul des rapports de tensions donnés par l'équation (51) s'effectue par décrémentation de N dans l'équation (54), puis substitution dans l'équation mère (51).

Cependant, nous écrivons respectivement pour le module et l'argument de (51) les équations suivantes:

$$g(dB) = 20\text{Log}\left|\frac{V_N}{V_0}\right| \qquad (55)$$

ou encore sous forme de sommation finie (Décibels):

$$g(dB) = 20\sum_{i=0}^{N-1}\text{Log}\left|\frac{V_{N-i}}{V_{N-(i+1)}}\right| \qquad (56)$$

la phase est donnée, d'après (51), par la sommation finie également:

$$\Phi(\text{radians}) = \sum_{i=1}^{N}\varphi_i \qquad (57)$$

où l'argument du terme général de l'équation (57) est donné par:

$$\varphi_i = -\text{Arctg}\left[\frac{(1+R_{i-1}G_L\Delta z).R_{i-1}C\omega\Delta z^2+(1+LC\omega^2\Delta z^2).LC\omega G_L\Delta z}{1+LC\omega^2.\Delta z^2+R_{i-1}G_L\Delta z}\right] \qquad (58)$$

Le déphasage est ainsi connu et sa valeur, exprimée en radian (cf équation (58)), dépend de la longueur totale du câble comme le montre également l'équation (57). Notons aussi que (58) exprime

une phase négative, ce qui correspond bien aux valeurs que le programme PSpice prédit (cf figure 7).

Les équations qui régissent le modèle sont ainsi définies, nous donnons les résultats des calculs numériques (cf annexes pour le programme de calcul) sous AIX en figure 19 et 20 pour une distribution linéaire de la température en fonction de la distance longitudinale z.

Notons que les abréviations faites en figures 19 et 20 découlent de: **MDF-GT= Méthode des Différences Finies avec Gradient de Température.**

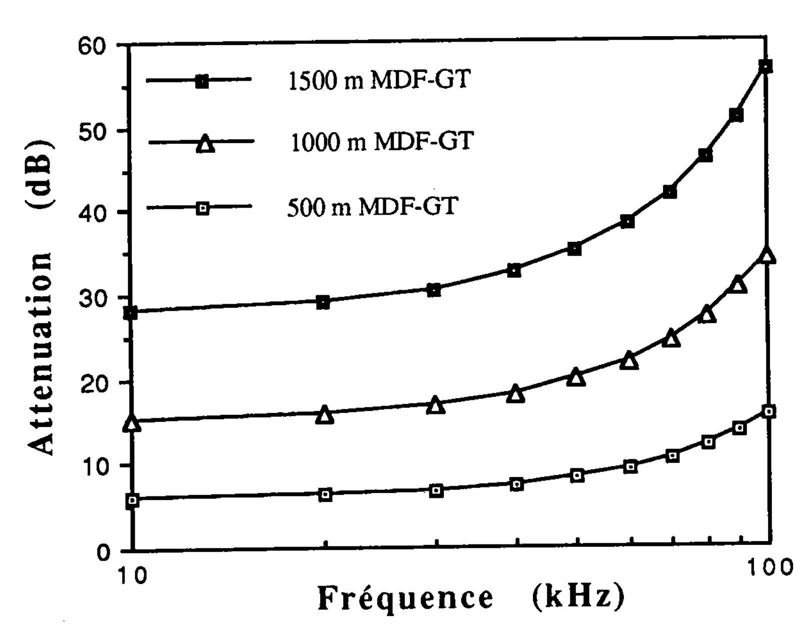


Figure 19: Atten.=f(Fréquence), L=500, 1000 et 1500 m, en BF avec Gradient de Température

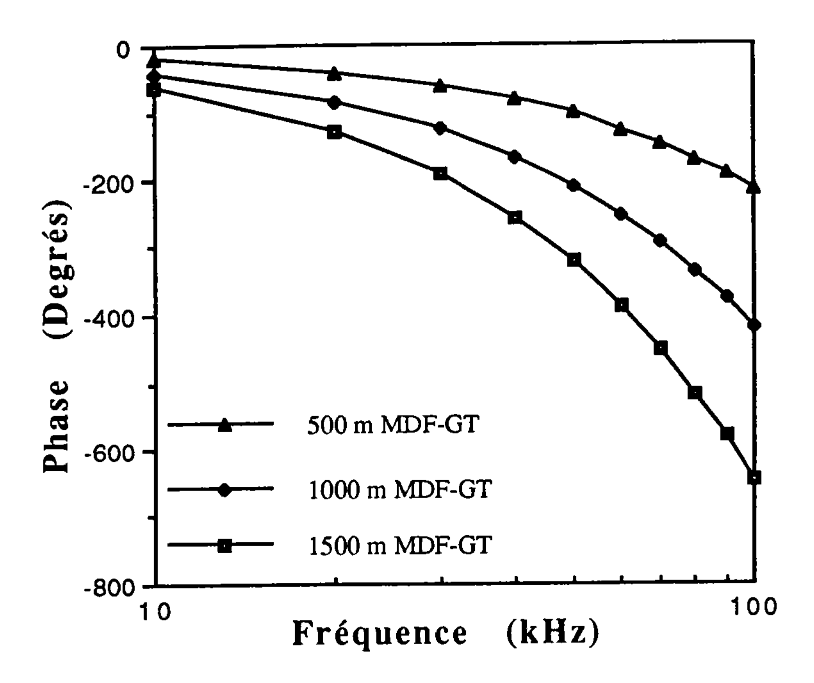


Figure 20: Phase=f(Fréquence), L= 500, 1000 and 1500m, en BF avec Gradient de Température.

Les résultats ainsi obtenus, pour les attenuations et les phases, sont relatifs à une variation linéaire de la résistance en fonction de la distance longitudinale. Nous avons aussi étudié le cas d'une variation quadratique de la résistance en fonction de la distance, où nous avons simplement ajouté un terme quadratique comme nous l'avons fait avec le modèle de simulation PSpice (cf Chapitre 2).

Notons que du point de vue formulation mathématique, la résistance R(z)=a+bz+cz^2 pour le modèle continu ou " réel " sera remplacée, pour le modèle discret des Différences Finies ainsi décrit, par sa formule récurrente donnée par:

$$R_n=R(n.\Delta z)=a+b.n.\Delta z+c.(n.\Delta z)^2 \qquad (59)$$

La variation linéaire de la résistance en fonction de la température n'est que l'approximation au premier ordre du cas quadratique, car, en général, on considère une température assez faible et un coefficient de proportionnalité α constant pour pouvoir approximer, pour des raisons de simplicité ou de commodité, la variation quadratique de la résistance en fonction de la température du milieu dans lequel les conducteurs sont plongés. Les résultats des calculs, pour ce cas précis, sont donnés en figure (21) et (22) pour les attenuations et les phases. Nous donnerons plus ultérieurement

les temps de calculs ainsi que les rapports de temps d'execution relatifs à la méthode de simulation PSpice.

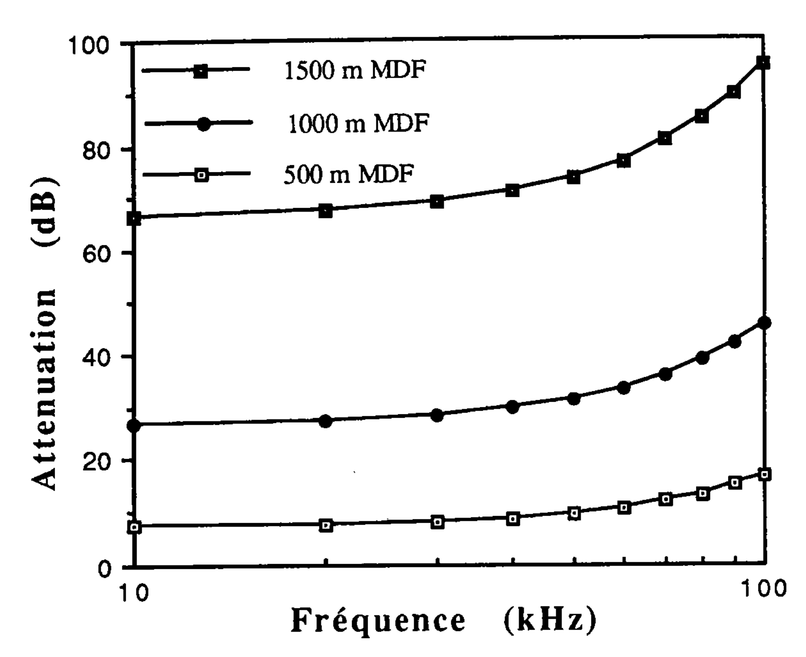


Figure 21: Atten.=f(Fréquence), L=500,1000 et 1500 m, R(z)=a+bz+cz^2, Gradient non Linéaire.

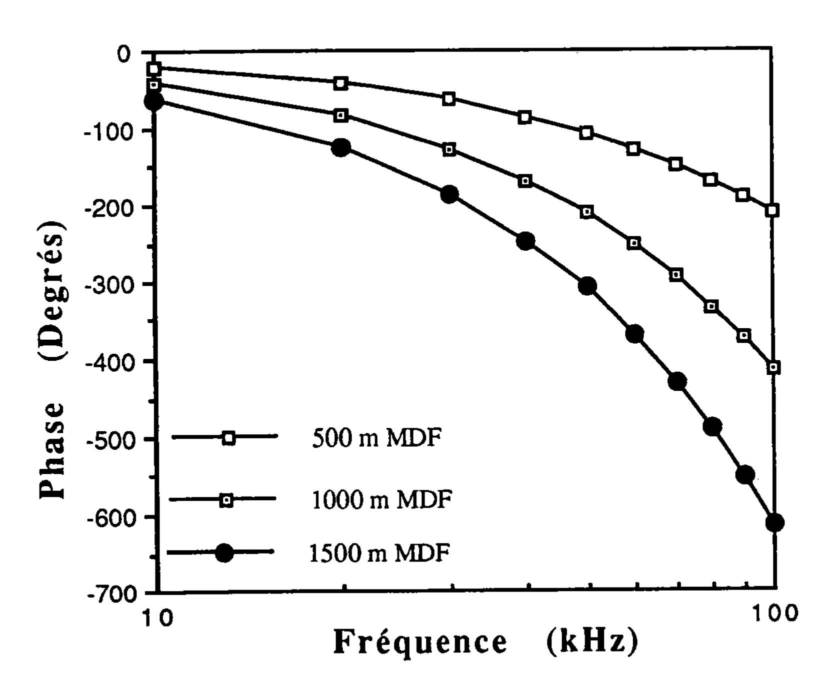


Figure 22: Phase=f(Fréquence), L=500, 1000 et 1500 m, R(z)=a+bz+cz^2, Gradient non Linéaire

Nous constatons, à partir des résultats donnés par les figures (19), (21), une croissance beaucoup plus rapide de l'attenuation en fonction de la distance z dans le cas quadratique que dans le cas linéaire ce qui s'explique fort simplement par l'ajout d'un terme quadratique à la résistance et qui, dans l'expression générale donnée par l'équation (54), joue un rôle très important dans la variation de cette attenuation en fonction du nombre de cellules N.

L'attenuation, dépendant directement de l'équation (54), présente une variation dans le numérateur et le dénominateur de cette équation en carré de R(z), mais l'existence de la racine carré remet les degrés des numérateurs et dénominateurs à un ce qui justifie bien l'influence directe de l'ajout du terme quadratique dans la résistance R(z) sur les attenuations.

Néanmoins, les courbes de variation de la phase des figures (20) et (21) montrent une parfaite conservation de la phase pour une longueur donnée. Nous pouvons interpreter cela par la non influence de l'introduction d'un terme à la résistance R(z), faiblement variable en fonction de z, dans l'expression du terme général de la phase donné en équation (58). La justification de cette interprétation se base sur le fait que le numérateur de l'équation (58) présente une équation du second degré en R(z) et par conséquent l'introduction dans R(z) un terme quadratique en z nous amène à le négliger lors du produit de R(z) par elle-même ce qui implique une très faible influence sur le terme général (58) et par récurrence sur tous les autres termes constituant le déphasage total donné par (57).

2-2-4 Modèle des différences finies pour le câble coaxial en hautes fréquences avec gradient de température

Le calcul des paramètres primaires R et L a été développé au chapitre 2 pour le câble coaxial en hautes fréquences où nous avons établi les relations de récurrences qui lient ces deux paramètres primaires et la coordonnée longitudinale discrete $n.\Delta z$.

Il est ainsi utile de substituer, dans les équations générales donnant le rapport des tensions (54) et le terme général de la phase (58), les valeurs, fonctions de n, de la résistance R_n et de l'inductance L_n.

La substitution de ces valeurs récurrentes de R_n et L_n dans respectivement (54) et (58) donne:

$$\frac{V_N}{V_{N-1}} = \frac{1+L_{N-1}C\omega^2\Delta z^2 - jR_{N-1}C\omega\Delta z^2}{1+R_{N-1}G_L\Delta z + jL_{N-1}\omega G_L\Delta z} \quad (60)$$

et

$$\varphi_i = -\mathrm{Arctg}\left[\frac{(1+R_{i-1}G_L\Delta z).R_{i-1}C\omega\Delta z^2+(1+L_{i-1}C\omega^2\Delta z^2).L_{i-1}C\omega G_L\Delta z}{1+L_{i-1}C\omega^2.\Delta z^2+R_{i-1}G_L\Delta z}\right] \quad (61)$$

où les valeurs de R_n et L_n sont données par les expressions suivantes:

$$R_n = r_n^t = r_n^i + r_n^o \quad (62)$$

et

$$L_n = L_n^t = L_n^i + L_n^o + \Delta z.\frac{\mu_0}{2\pi}.\ln\frac{b}{a} \quad (63)$$

Dans ces équations (62) et (63), la dispersion fréquentielle est implicite puisqu'au préalable, il a été démontré qu'en plus de la dispersion spaciale, le modèle des hautes fréquences tient compte de la fréquence comme les fonctions de Bessel l'illustrent pour l'inductance et la résistance lineïques que nous écrivons, a température ambiante, de la forme:

$$\frac{R_{HF}}{R_0} = \frac{u}{2}.\left[\frac{\mathrm{ber}(u).\mathrm{bei}'(u)-\mathrm{bei}(u).\mathrm{ber}'(u)}{\mathrm{ber}'^2(u)+\mathrm{bei}'^2(u)}\right] \quad (64)$$

et

$$\frac{L_{HF}}{L_0} = \frac{4}{u}.\left[\frac{\mathrm{ber}(u).\mathrm{ber}'(u)+\mathrm{bei}(u).\mathrm{bei}'(u)}{\mathrm{ber}'^2(u)+\mathrm{bei}'^2(u)}\right] \quad (65)$$

avec

$$\mathrm{ber}(u)=\mathrm{Re}\left[J_0\left(\frac{j^{\frac{3}{2}}a\sqrt{2}}{\delta}\right)\right] \quad (66)$$

et

$$bei(u)=Im[J_0(\frac{j^{\frac{3}{2}}a\sqrt{2}}{\delta})] \qquad (67)$$

où a représente le rayon arbitraire d'un conducteur cylindrique quelconque et δ l'épaisseur de peau à une fréquence (haute fréquence) donnée.

La variable u est une grandeur sans dimension introduite par simple commodité et est donnée par:

$$u = \frac{a\sqrt{2}}{\delta} \qquad (68)$$

La résistance R_0 est la résistance de référence ou en courant continue usuellement donnée par:

$$R_0 = \frac{1}{\pi a^2 \sigma} \qquad (69)$$

Ainsi les valeurs, à température uniforme et ambiante, de ces paramètres primaires aux hautes fréquences sont tabulés [31],[32]. Le développement assymptotique des fonctions de Bessel et de leurs dérivées données en (64) et (65) nous mènent à considerer quatre principaux et surtout usuellement utilisables sous-domaines fréquentiels où inductance et résistance lineïque peuvent être, parfois pour des raisons de simplicité, approximées de telle manière à ce qu'elle soient facilement manipulables dans les calculs intermediaires. Les quatre domaines fréquentiels sont ésumé comme suit:

- **Fréquences Basses** $(w = u / 2\sqrt{2} < 1)$

$$\frac{R_{HF}}{R_0} = 1 + \frac{w^4}{3} - \frac{4w^8}{45} \qquad (70)$$

et

$$\frac{L_{HF}}{L_0} = 1 - \frac{w^4}{6} - \frac{13w^8}{270} \qquad (71)$$

- **Fréquences Moyennes** $(w = u / 2\sqrt{2} > 2)$

$$\frac{R_{HF}}{R_0} = \frac{1}{4} + w + \frac{3}{64w} \qquad (72)$$

et

$$\frac{L_{HF}}{L_0} = \frac{1}{w} - \frac{3}{64w^3} - \frac{3}{128w^4} \qquad (73)$$

- **Fréquences élevées $(w = u/2\sqrt{2} > 20)$**

$$\frac{R_{HF}}{R_0} = \frac{1}{4} + w \qquad (74)$$

et

$$\frac{L_{HF}}{L_0} = \frac{1}{w} \qquad (75)$$

- **Fréquences très élevées $(w = u/2\sqrt{2} > 200)$**

$$\frac{R_{HF}}{R_0} = w \qquad (76)$$

et

$$\frac{L_{HF}}{L_0} = \frac{1}{w} \qquad (77)$$

Dans toute l'étude en hautes fréquences que nous effectuons [18], seul est considéré le dernier cas où la fréquence est assez élevée pour que les approximations du chapitre 2 soient valables. A température ambiante, la résistance croît en racine carrée de la fréquence et l'inductance décroît suivant une loi inversement proportionnelle à cette même racine carrée comme le montrent les équations (76) et (77).

Ainsi, le principe de subdivision est similaire à celui du modèle de simulation PSpice que nous avons également utilisé et détaillé au chapitre 2.

Il est ainsi très important de souligner que, du fait des hautes fréquences introduites, la subdivision doit tenir compte de la longueur d'ondes qui se trouve très diminuée et par conséquent un nombre de cellules beaucoup plus élevé qu'en basses fréquences pour une description d'une même longueur de câble.

Il est fort évident que pour le modèle des différences-finies, plus le pas de discretisation est faible et plus le résultat s'améliore.

Néanmoins, la précision nécessite un coût beaucoup plus élevé. Le temps de calcul et la mémoire vive utile sont des paramètres que nous avons, lors de notre étude, cherchés à optimiser voire à économiser.

En figures 23 et 24 sont représentées, pour différentes longueurs de câble, les attenuations et les déphasages que le modèle des différences-finies donne utilisant, pour des raisons purement comparatives avec le modèle de simulation PSpice, les mêmes fonctions (résistance et inductance), paramètres primaires (capacité en l'occurence), et constantes (impédance de charge).

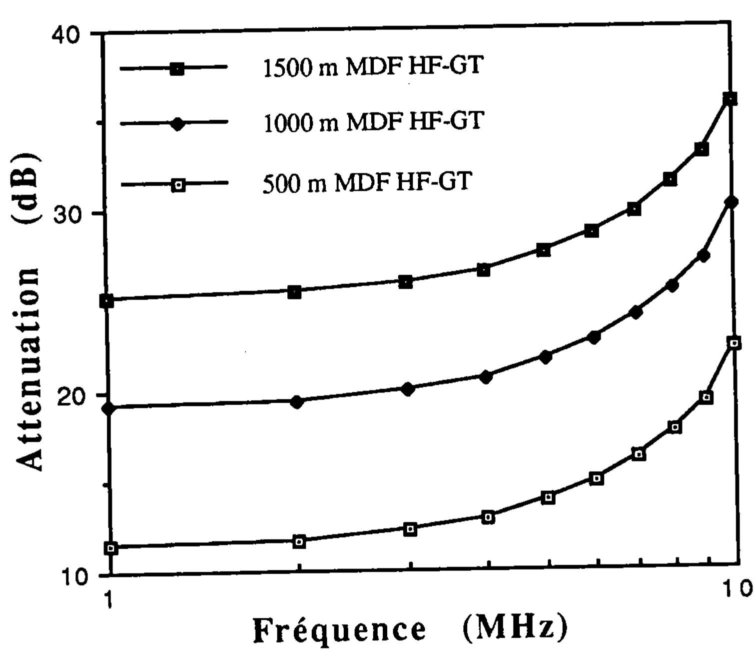


Figure 23: Atten.=f(Fréquence), L=500, 1000 et 1500 m, en HF avec Gradient de Température

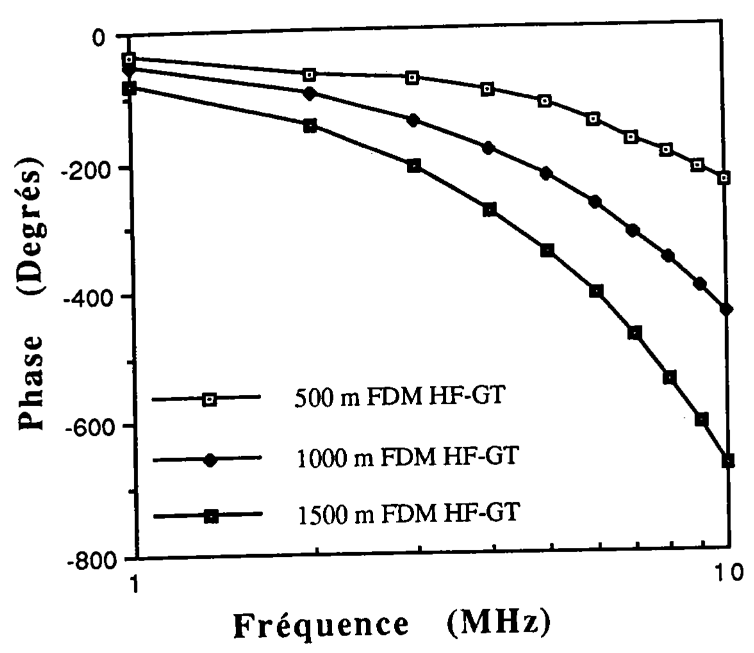


Figure 24: Phase=f(Fréquence), L=500, 1000 et 1500 m, en HF avec Gradient de température

Les résultats des simulations PSpice et la méthode des Différences - Finies sont alors regroupés et superposés, pour mettre en évidence la cohérence des deux méthodes.

2-2-5 Vérification des résultats des deux modèles de basses et hautes fréquences avec PSpice

2-2-5-a- Modèles des basses fréquences

Pour pouvoir comparer ces deux modèles, il est plus commode de représenter les résultats des attenuations et des phases sur un même repère pour des différentes longueurs. Ainsi, la superposition des résultas pour les basses fréquences nous mène aux figures 25, 26 et 27 pour les attenuations et 28, 29 et 30 pour les phases.

Nous donnerons par la suite les valeurs numériques exactes, pour chaque fréquence, correspondant aux différences existant entre les résultats des simulations PSpice et le modèle numérique des Différences Finies. Comme nous l'avons dit précedemment, la difficulté de création en laboratoire d'un milieu dont les caractéristiques thermiques sont linéaire ou similaires au gradient de température existant dans la croûte terrestre, il nous est impossible de connaître la précision absolue que chaque modèle apporte. Nous nous sommes contentés de comparer les écarts et surtout les temps de calcul pour chaque méthode.

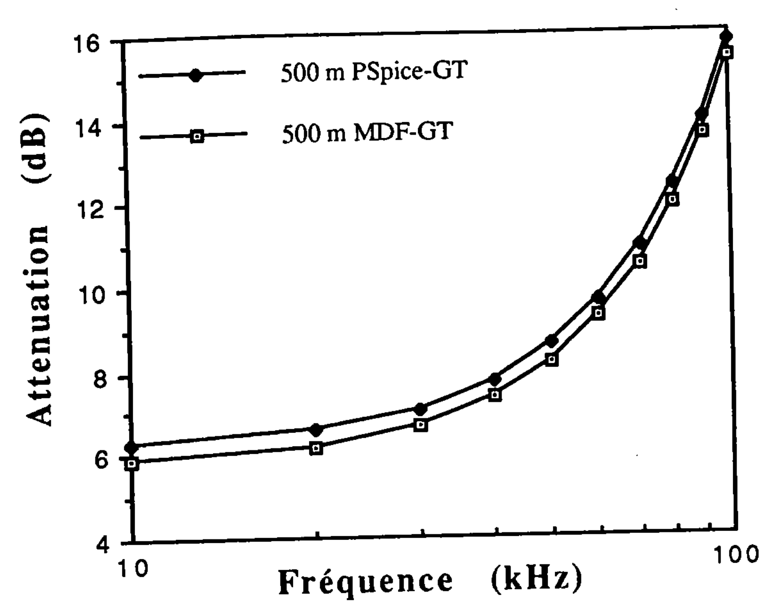


Figure 25: Atten.=f(Fréquence), L=500 m, en BF avec Gradient de Température

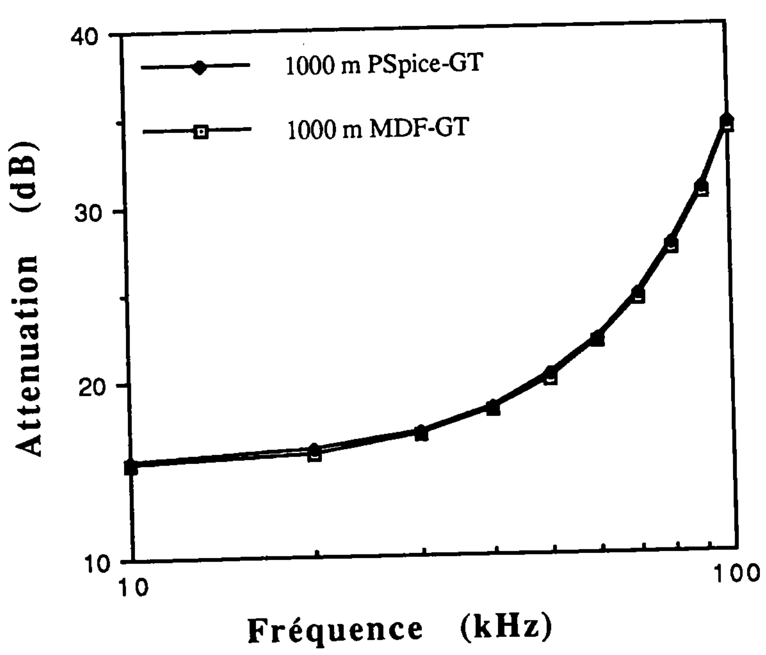


Figure 26: Atten.=f(Fréquence), L=1000 m, en BF avec Gradient de Température

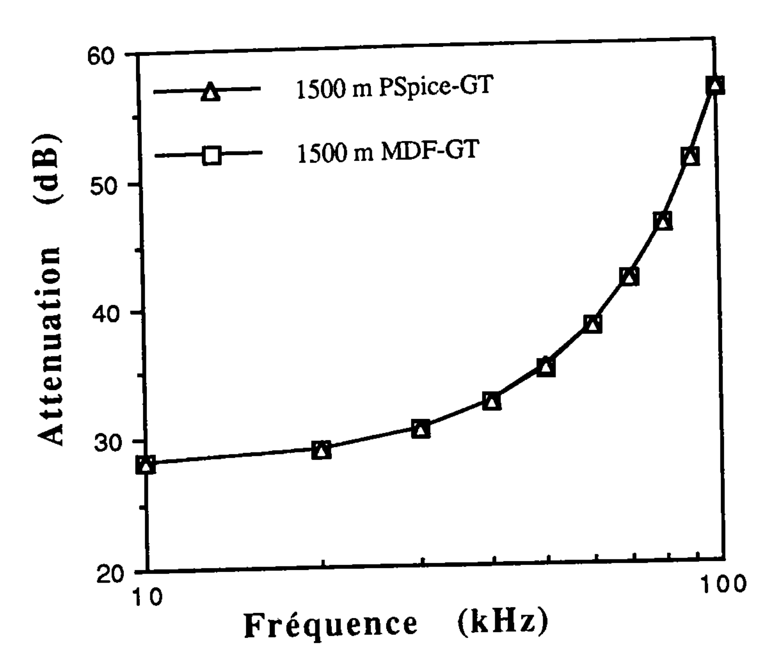


Figure 27: Atten.=f(Fréquence), L=1500 m, en BF avec Gradient de Température

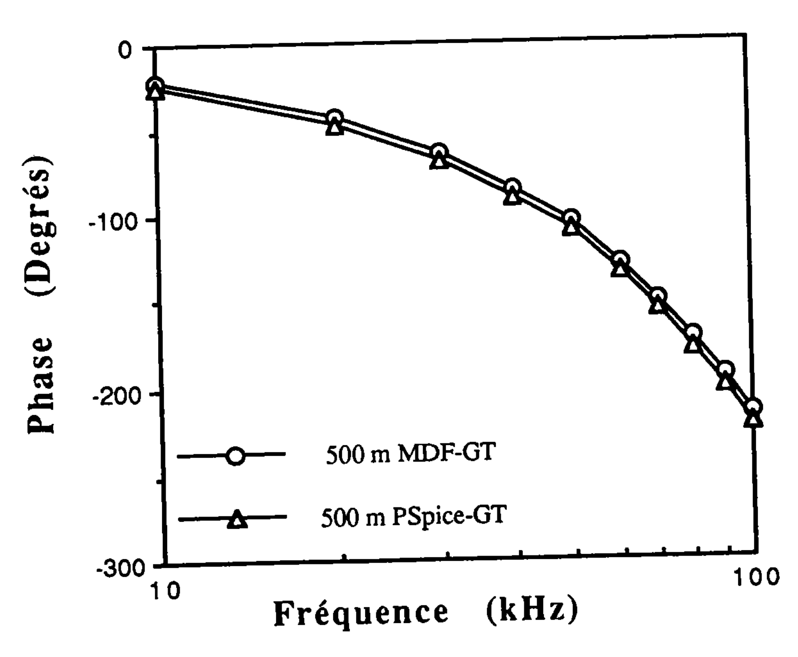


Figure 28: Phase=f(Fréquence), L=500 m, en BF avec Gradient de Température

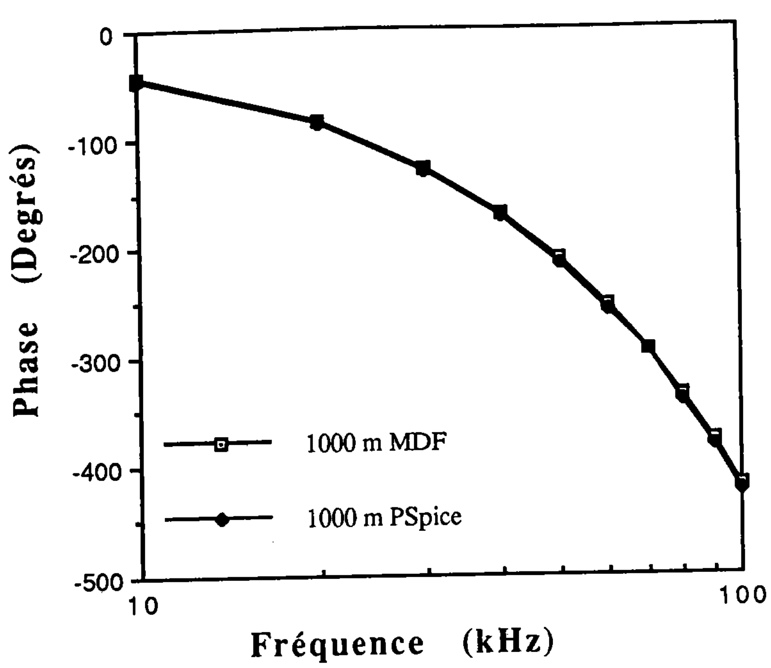


Figure 29: Phase=f(Fréquence), L=1000 m, en BF avec Gradient de Température

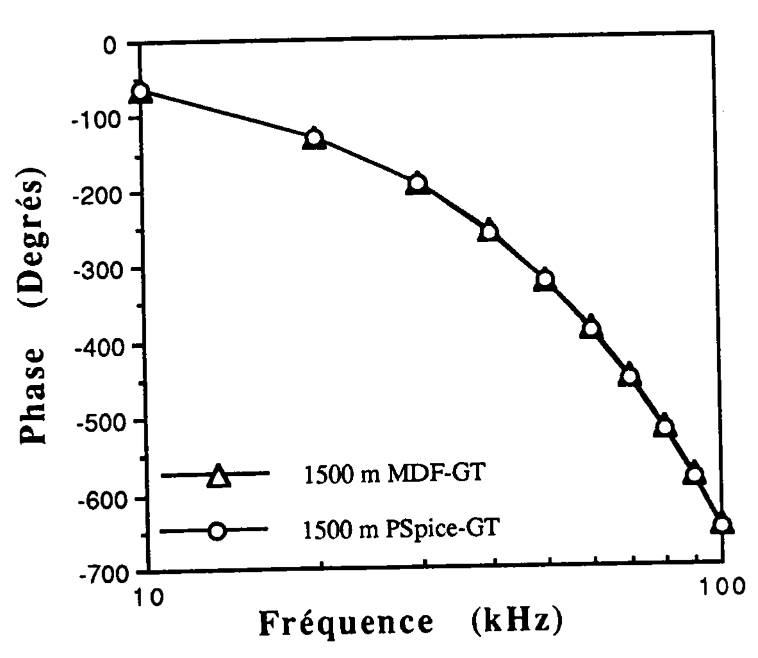


Figure 30: Phase=f(Fréquence), L=1500 m, en BF avec Gradient de Température

Les résultats des simulations PSpice et ceux du modèle numérique sont, d'après les figures 25 et 26, en bonne cohérence

d'une manière générale. Il reste à discuter les légères déviations qui existent pour le déphasage et pour l'attenuation dans le cas des relativement petites longueurs de câble coaxial. Rappellons que ces différences correspondent à des erreurs accumulées sur toute la longueur du câble et que ces différences sont moindres ou quasi-négligeables pour l'unité de longueur.

Nous donnons tout d'abord, au tableau ci-dessous (Tableau 1) les rapports des temps de calcul d'attenuation et de déphasage simultanément; cela veut dire que nous avons porté dans un même programme le calcul de l'attenuation et du déphasage où nous avons écrit, pour le modèle des différences finies, une instruction comptabilisant le temps total d'execution du programme que nous avons comparé avec celui donné dans le fichier de sortie **BASSES.OUT**.

Longueur Total (m)	t(PSpice)/t(MDF)
500	1.422
1000	1.634
1500	1.701

Tableau 1: Rapport des Temps de Calcul par les Deux Méthodes pour Différentes Longueurs de Câble Coaxial, Modèles des Basses Fréquences.

Remarquons en Tableau 1 la non linéarité de la loi de croissance des rapports des temps de calcul qui régit le phénomène de propagation de l'onde pour un incrément de longueur régulier de 500 m.

Ainsi, l'écart relatif entre 500 et 1000 m est plus significatif que celui correspondant à la transition 1000 à 1500 m; ce qui s'explique par la non linéarité des équations de l'attenuation et de la phase en fonction de la longueur L total ainsi que le nombre d'opération mathématique que le programme demande et que le compilateur C et le simulateur PSpice gèrent. Le rapport des temps

de calcul est, néanmoins, toujours croissant pour des longueurs plus grandes.

Le programme PSpice, dans sa structure algorithmique interne, gère et manipule des équations algébriques ou matricielles très complexes [8] où il calcul tous les courants et tensions dans un quelconque circuit en l'occurence quand il s'agit de connaître l'attenuation, la phase ou les différentes impédances d'entrée ou de sortie (il traite parties réelles et parties imaginaires séparèment).

Le programme en C que nous avons mis au point pour modéliser cette propagation ne tient compte que des rapports de tensions seulement; il ne calcul et ne traite guère les courants, puisque d'emblée, ceux-ci ont été mathématiquement éliminés au préalable et par conséquent un temps de calcul optimisé par rapport au programme PSpice utilisé dans ce nouveau type de propagation des ondes électromagnétiques.

Il est certes difficile voire quasi-impossible de connaître les impédances d'entrée et de sortie en fonction de la fréquence avec la méthode des différences-finies. Le programme PSpice, par contre, l'effectue sans aucune difficulté particulière; mais tel n'est pas le but principal de cette étude des attenuations et des phases en vue de spécifier le câble coaxial RG58U et d'en énumerer ses limites d'utilisation d'un point de vue tant fréquentiel que profondeur maximale à laquelle il pourrait être immérgé.

Du point de vue quantitatif, nous avons noté, pour les différentes fréquences, les écarts entre les valeurs des attenuations et des phases pour les deux modèles que nous avons reportés aux tableaux 2 et 3. Ces valeurs sont données pour chaque longueur de câble coaxial étudié.

Fréquence (kHz)	ΔA(dB) L=500 m	ΔA(dB) L=1000 m	ΔA(dB) L=1500 m
10	0.403	0.245	0.080
20	0.411	0.253	0.088
30	0.417	0.259	0.094
40	0.424	0.266	0.101
50	0.431	0.271	0.107
60	0.439	0.279	0.115
70	0.447	0.287	0.123
80	0.452	0.292	0.128
90	0.458	0.298	0.134
100	0.468	0.308	0.144

Tableau 2: Différences des Attenuations pour les Deux Modèles à Différentes Longueurs en Fonction de la Fréquence.

Fréquence (kHz)	ΔA/A(%) L=500 m	ΔA/A(%) L=1000 m	ΔA/A(%) L=1500 m
10	6.83	1.60	0.285
20	6.66	1.59	0.304
30	6.27	1.54	0.309
40	5.79	1.47	0.312
50	5.27	1.36	0.306
60	4.75	1.27	0.301
70	4.27	1.17	0.294
80	3.79	1.07	0.277
90	3.40	0.97	0.263
100	3.05	0.90	0.255

Tableau 3 : Ecarts Relatifs Δ A/A (%) pour Différentes Longueurs de Câble Coaxial, Modèle Basses Fréquences.

Fréquence (kHz)	$\Delta\Phi$ (°) L=500 m	$\Delta\Phi$ (°) L=1000 m	$\Delta\Phi$ (°) L=1500 m
10	2.912	1.850	0.935
20	3.112	2.050	1.135
30	3.312	2.250	1.335
40	3.512	2.450	1.535
50	3.712	2.650	1.735
60	3.912	2.850	1.935
70	4.112	3.050	2.035
80	4.512	3.450	2.435
90	4.912	3.850	2.835
100	5.312	4.250	3.235

Tableau 4: Différences des Phases pour les Deux Modèles à Différentes Longueurs en Fonction de la Fréquence.

Les variations des écarts, pour les attenuations, entre les simulations et la méthode des différences finies sont quasi-régulières comme le montre le tableau 2. Il est à noter aussi, d'après les figures 25, 26 et 27, que ces écarts sont inversement proportionnels à la longueur total du câble étudié. Ainsi, la figure 25 présente le plus d'écart, chose normalement prévue, puisque d'emblée, plus la longueur est faible et plus les approximations préalablement utilisées concernant le choix de Δz en fonction de la fréquence deviennent moins représentatives du modèle comme il est réellement défini. Les modèles deviennent de plus en plus rapprochés dés que la longueur augmente.

Nous aurions pu, pour améliorer les résultats, subdiviser la totalité du câble pour le cas L=500 m avec Δz=0.5 m au lieu de sa valeur préalablement utilisée Δz=1 m; mais la précision nécessite un temps de calcul et une mémoire vive beaucoup plus grands.

Les tableaux 2 et 3 montrent que les écarts ou les différences des valeurs numériques croient avec la fréquence et dépendent évidemment de la longueur du câble pour une même valeur de Δz. Cette croissance en fonction de la fréquence est probablement dûe au choix de l'incrément Δz qui, du fait de la loi qui le lie à la fréquence, doit tenir compte de la longueur du câble et de la logueur d'ondes.

Ainsi le tableau 2 présente des écarts moyens (moyenne arithmétique) de:

- ΔA = 0.4350 dB pour L=500 m;
- ΔA = 0.2758 dB pour L=1000 m;
- ΔA = 0.1114 dB pour L=1500 m.

Le tableau 4 présente des écarts moyens (moyenne arithmétique) de:

- $\Delta \Phi$ = 3.4408 ° pour L=500 m;
- $\Delta \Phi$ = 2.8710 ° pour L=1000 m;
- $\Delta \Phi$ = 1.9150 ° pour L=1500 m.

Le tableau 1 montre les temps de calculs relatifs des deux méthodes illustrant ainsi le net avantage d'utiliser la méthode des différences finies pour le calcul de l'attenuation et de la phase.

Ainsi, remarquons-nous la non-linéarité de la loi de croissance des rapports des temps de calcul pour des incréments réguliers de 500 m de la longueur totale. Cela dépend bien évidemment des opérations algébriques de calcul en quantité et en qualité (i.e: type d'opérations à executer, additions, multiplication, extraction des racines carrées, etc...).

Pour la méthode des différences finies, nous donnons en annexes le fichier texte contenant toutes les instructions pour le calcul, tenant compte du modèle discret du câble, des attenuations et des phases aux différentes basses fréquences étudiées.

Concernant le cas de la variation quadratique de la résistance en fonction de la température est d'un interêt moindre car le cas du gradient linéaire est le plus réellement rencontré, et par conséquent nous ne nous interesserons pas à son étude détaillé. Les résultats des simulations et de la méthode des différences finies sont en bonne cohérence. Nous axerons l'étude sur le gradient linéaire du fait de son importance et son utilisation pratique pour des éventuelles études sismique ou autres.

Examinons à présent le cas des hautes fréquences, attenuations et déphasages, pour les différentes longueurs de 500, 1000 et 1500m.

2-2-5-b- Modèle des hautes fréquences

De la même manière concernant les basses fréquences, il est plus clair de représenter, pour chaque longueur de câble, les attenuations et phases séparément.

Les résultats des simulations et de la méthode des différences finies sont donnés en figures 31, 32, 33 pour les attenuations et en figures 34, 35, 36 pour les phases.

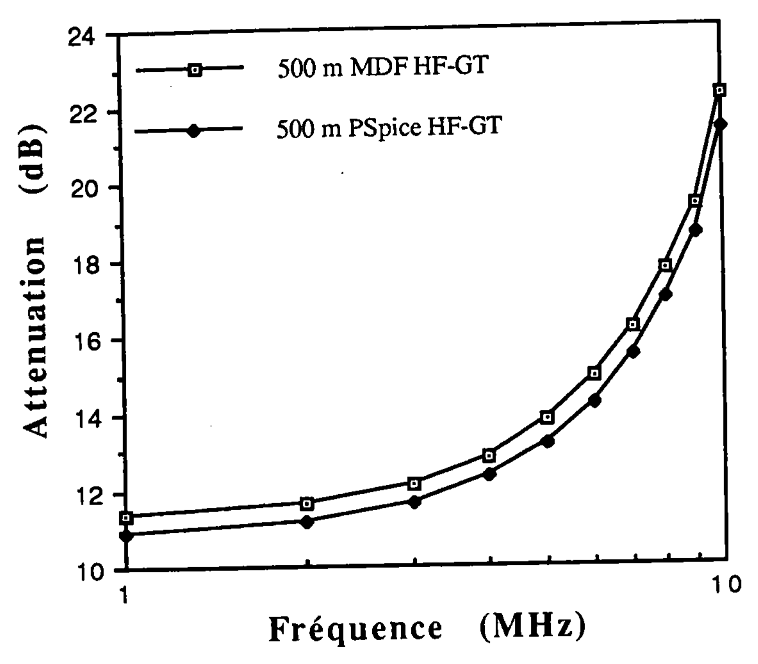


Figure 31: Atten.=f(Fréquence), L=500 m, en HF avec Gradient de Température

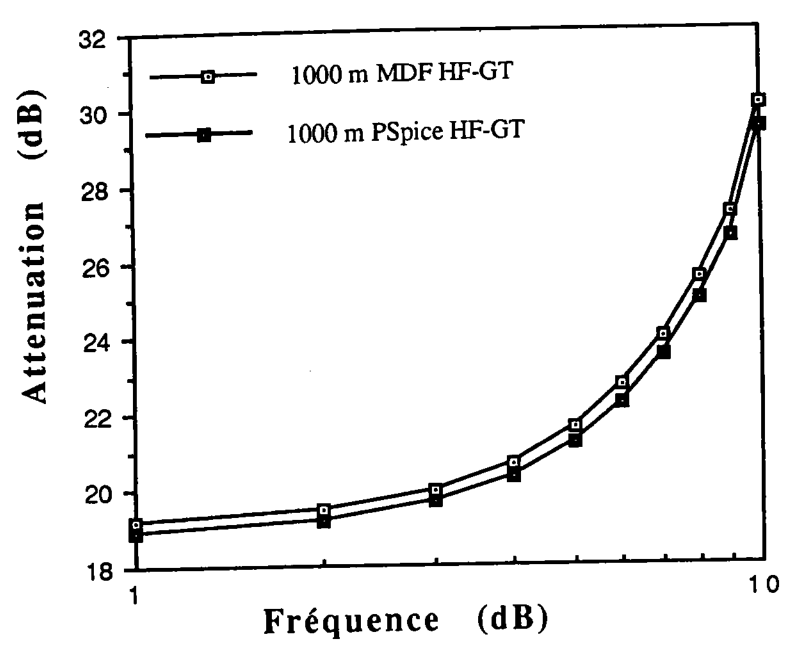


Figure 32: Atten.=f(Fréquence), L=1000 m, en HF avec Gradient de Température

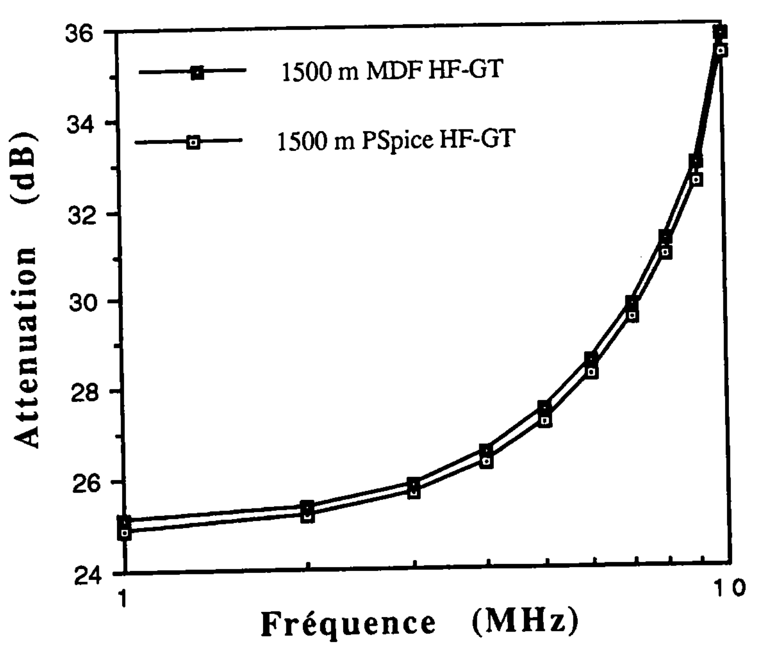


Figure 33: Atten.=f(Fréquence), L=1500 m, en HF avec Gradient de Température

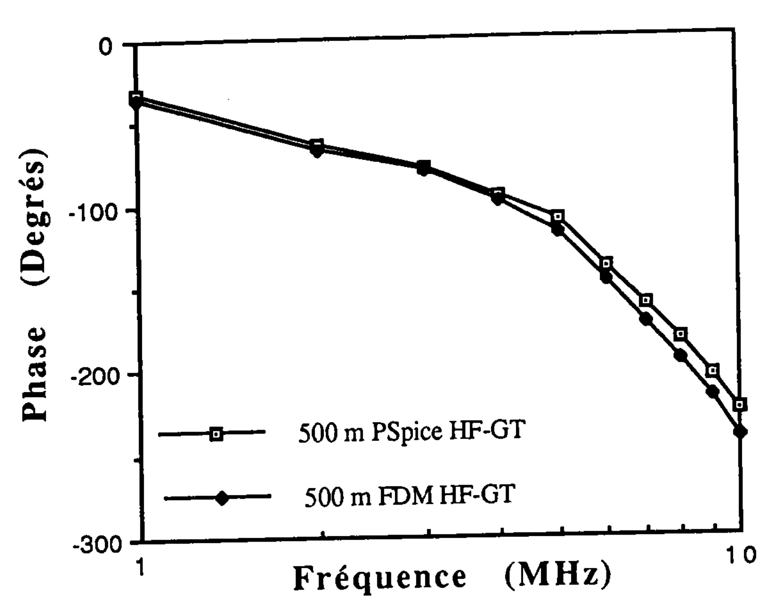


Figure 34: Phase=f(Fréquence), L=500 m, en BF avec Gradient de Température

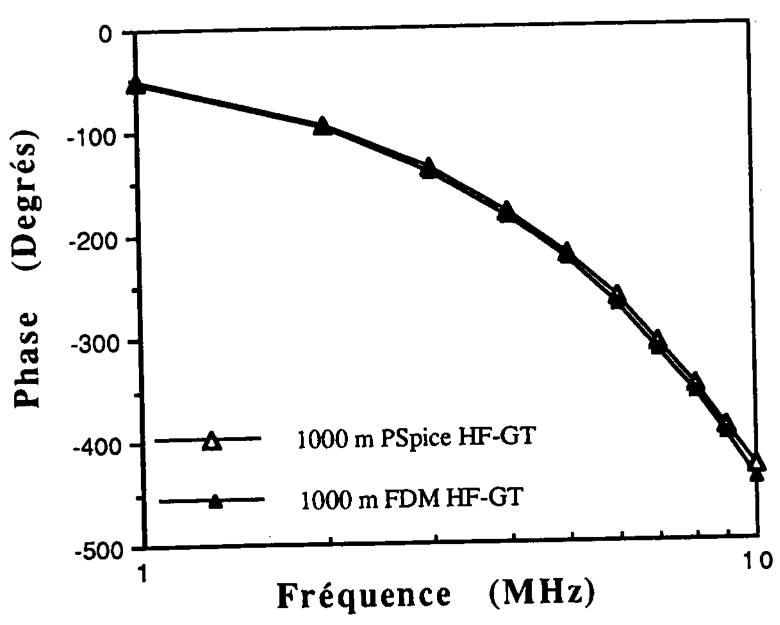


Figure 35: Phase=f(Fréquence), L=1000 m, en HF avec Gradient de Température

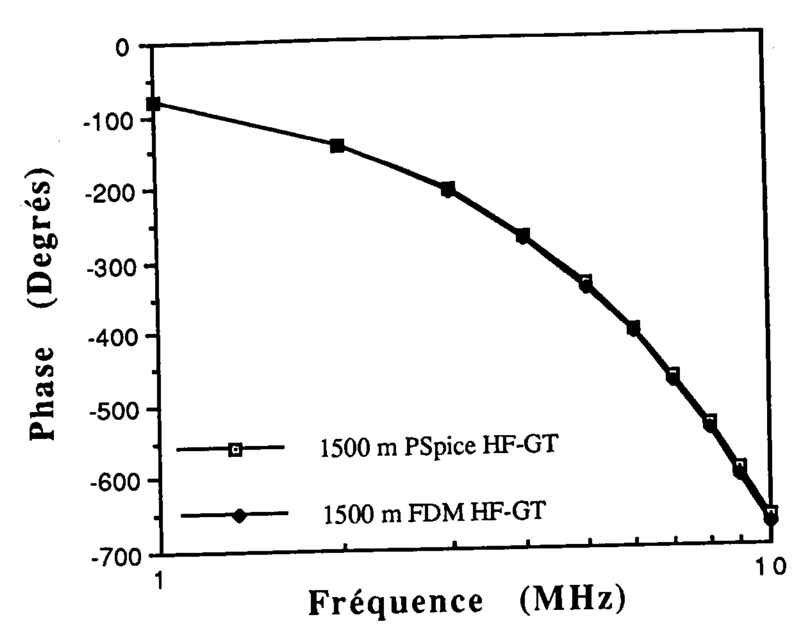


Figure 36: Phase=f(Fréquence), L=1500 m, en HF avec Gradient de Température

L'étude comparative dans cette gamme de fréquences concernent également les rapports des temps de calcul. Ainsi, nous illustrant ces rapports au tableau 5 où il est tenu compte du temps total de calcul pour une longueur donnée (Attenuation et phase).

Longueur Total (m)	t(PSpice)/t(MDF)
500	1.517
1000	1.789
1500	1.833

Tableau 5: Rapport des Temps de Calcul par les Deux Méthodes pour Différentes Longueurs de Câble Coaxial, Modèle des Hautes Fréquences.

Ces écarts sont plus significatifs par rapport au modèle des basses fréquences; PSpice effectue des opérations de calculs algébriques plus complexes et plus longues (cf tableau 5) que la méthode des différences finies.

Notons également que l'introduction des fonction R(Z) et L(Z) dans le programme PSpice, lui fait effectuer d'énormes opérations. En revanche, pour le modèle numérique des différences finies, par une bonne écriture du programme de calcul qui se traduit tout simplement par l'optimisation de l'algorithme source, nous avons pu diminuer les appels de fonctions complexes qui font consommer du temps et surtout de la mémoire vive. La situation pour PSpice est incontournable; il est indispensable de définir et déclarer toutes les fonctions.

Il est aussi très important de rappeler que PSpice, lors des simulations, calcule tous les courants et toutes les tensions dans les différents noeuds du circuits, et par conséquent, il nécessite alors un temps relativement long; comme les résultats du tableau 5 l'illustrent et quantitativement le confirment.

Les résultats des attenuations et des phases pour les deux modèles en hautes fréquences sont ainsi connues. Nous donnons les écarts, en fonction de la fréquence, des résultats entre les deux méthodes; résultats illustrés aux tableaux 6, 7, et 8 pour, respectivement et pour différentes longueurs, les attenuations et les phases.

Fréquence (MHz)	ΔA (dB) L=500 m	ΔA (dB) L=1000 m	ΔA (dB) L=1500 m
1	0.294	0.182	0.087
2	0.304	0.192	0.097
3	0.314	0.202	0.107
4	0.323	0.211	0.116
5	0.333	0.221	0.126
6	0.345	0.233	0.138
7	0.352	0.240	0.145
8	0.359	0.247	0.152
9	0.365	0.253	0.158
10	0.370	0.258	0.163

Tableau 6: Différences des Attenuations pour les Deux Modèles à Différentes Longueurs en Fonction de la Fréquence, Modèle des Hautes Fréquences.

Fréquence (MHz)	ΔA/A(%) L=500 m	ΔA/A(%) L=1000 m	ΔA/A(%) L=1500 m
1	2.69	0.963	0.349
2	2.72	1.000	0.385
3	2.69	1.020	0.417
4	2.62	1.038	0.440
5	2.52	1.043	0.463
6	2.42	1.048	0.488
7	2.27	1.022	0.492
8	2.12	0.991	0.491
9	1.96	0953	0.517
10	1.73	0.879	0.461

Tableau 7: Ecarts Relatifs Δ A/A (%) pour Différentes Longueurs de Câble , Modèle des Hautes Fréquences.

Fréquence (MHz)	ΔΦ (°) L=500 m	ΔΦ (°) L=1000 m	ΔΦ (°) L=1500 m
1	1.852	0.824	0.511
2	2.252	1.024	0.611
3	2.652	1.224	0.711
4	2.952	1.424	0.811
5	3.352	1.624	0.911
6	3.752	2.024	1.011
7	4.052	2.224	1.111
8	4.452	2.424	1.211
9	4.852	2.624	1.311
10	5.152	2.824	1.411

Tableau 8: Différences des Phases pour les Deux Modèles à Différentes Longueurs en Fonction de la Fréquence. Modèle des Hautes Fréquences.

Les valeurs moyennes (moyenne arithmétique) dans ce cas des hautes fréquences sont calculées selon le même principe dans le cas des basses fréquences. Cela nous permettra d'estimer les écarts moyens et éventuellement donner une interprétation physique à ces valeurs qui, nous le verrons plus loin, décroîent avec la longueur totale du câble.

Ainsi le tableau 6 présente des écarts moyens (moyenne arithmétique) de:

- $\Delta A = 0.3359$ dB pour L=500 m;
- $\Delta A = 0.2239$ dB pour L=1000 m;
- $\Delta A = 0.1289$ dB pour L=1500 m.

Le tableau 8 présente des écarts moyens (moyenne arithmétique) de:

- $\Delta\Phi = 3.532$ ° pour L=500 m;
- $\Delta\Phi = 1.824$ ° pour L=1000 m;
- $\Delta\Phi = 0.961$ ° pour L=1500 m.

Remarquons aussi, pour ce cas, que les écarts diminuent avec la longueur totale (phases et attenuations). Il est fort évident que plus la fréquence s'élève et plus on aura à utiliser des pas de subdivision beaucoup plus petits pour rendre les deux modèles approximatifs suffisamment représentatifs.

Comme nous utilisons une gamme de fréquence relativement très élevée par rapport à la bande [10 kHz - 100 kHz] dans laquelle nous avons testé la cohérence des résultats, la subdivision a été en conséquence établie dans l'echelle centimétrique pour que soient valables les approximations du modèle discret des différences finies et du modèle de simulation PSpice adapté à ce type de problème inhérent à la transmission par câble coaxial.

Nous avons choisi un pas de discrétisation $\Delta z=10$ cm pour l'ensemble des trois longueurs de câble préalablement utilisées. Ceci était donc pour augmenter la précision; le temps de calcul et la mémoire vive, par contre, s'avèreront altérés du fait de la complexité des opérations introduisant des fonctions R(Z) et L(Z) qui, *a priori,* ne sont pas forcément linéaires, et surtout de la gamme de fréquence diminuant la longueur d'ondes et de ce fait nécessite une subdivision la plus affinée que possible. Pour de plus hautes fréquences, il est plus utile d'utiliser le système VMS puisque la

gestion de la mémoire vive est plus adaptée quand le nombre de cellules augmente; nous nous trouvons ainsi limité en fréquences.

2-2-6- Généralisation au câble multiconducteur

Il est important de pouvoir modéliser la propagation des ondes électromagnétiques le long d'un câble multi-conducteur plongé dans un gradient linéaire de température, vu la nécessité et l'importance d'exciter les circuits électriques constituant les capteurs de divers types (ultrasons, rayons X, rayons γ, etc...) afin de pouvoir caractériser et étudier le sol terrestre.

Ainsi, l'approche théorique, dans ces conditions, s'avère encore de plus en plus complexe, introduisant des calculs matriciels fastidieux, car, chaque brin conducteur représente un " mode propre de propagation "; et, plus on ajoute des brins conducteurs et plus la matrice de l'équation aux vecteurs propres augmente, avec, naturellemnt, des dérivées premières par rapport à la variable longitudinale de la résistance ainsi que les couplages capacitifs et magnétiques. Analytiquement parlant, la résolution du problème fait certainement appel à des calculs très complexes.

Néanmoins, nous donnons l'idée général de traitement de ce cas complexe en partant tout d'abord de la modélisation à température ambiante et en se basant sur les travaux antérieurs inhérents à la transmission par câble multi-conducteur.

L'étude effectuée par J.R.WAIT [33],[34], concerne un calcul approximatif, après plusieurs calculs analytiques rigoureux, de la composante axiale du champ électrique produit par un brin isolé et localisé comme l'indique la figure 37.

L'auteur utilise une hypothèse très simplificative dans laquelle il suppose que la conductivité de l'armure est infinie, hypothèse qui, d'ailleurs, simplifie les calculs et mène à un formalisme fort simple de la composante axiale du champ électrique. Celle-ci permettra par la suite, en appliquant les conditions aux limites de la surface du diélectrique constituant le brin conducteur (cf figure 37), d'établir la forme analytique de l'atténuation en fonction de la fréquence.

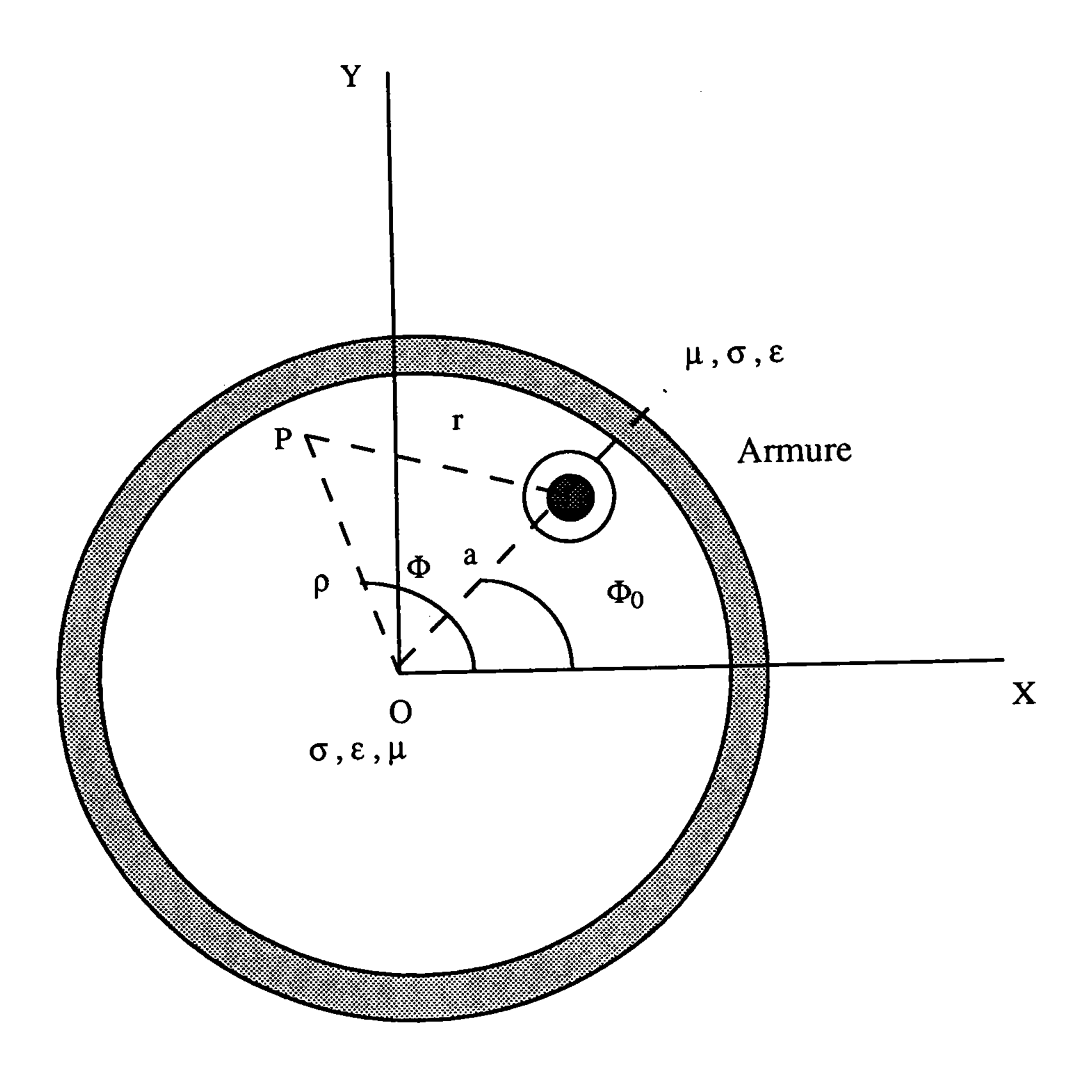


Figure 37: Coordonnées Cylindriques avec la Localisation du Fil Conducteur dans le Milieu de Propagation

$$E_z(\rho,\phi,z) = - \frac{I e^{-\Gamma z} v^2}{2\pi(\sigma+j\varepsilon\omega)}\left[K_0(vr) - \sum_{m=1}^{\infty} \hat{\varepsilon}_m R_m \frac{K_m(va)}{I_m(va)} I_m(v\rho_0) I_m(v\rho) \cos m(\Phi-\Phi_0)\right] \tag{78}$$

avec

$\hat{\varepsilon}_0 = 1, \hat{\varepsilon}_m = 2$ pour m=1,2,3...

$$v = \sqrt{\gamma^2-\Gamma^2}$$

$$\gamma = \sqrt{j\mu_0\omega(\sigma+j\varepsilon\omega)}$$

$$r = \sqrt{\rho^2+\rho_0^2-2\rho\rho_0\cos(\Phi-\Phi_0)}$$

après de multiples simplifications (considérations géométiques, gamme de fréquence pour les modes quasi-statiques, etc...), J.R.WAIT aboutit au résultat suivant:

$$E_z(\rho,\phi,z) = -j\frac{Ie^{-\Gamma z}\mu_0\omega v^2}{2\pi\gamma^2}\left[\Lambda+\frac{\gamma^2}{v^2}.\Omega\right] \qquad (79)$$

où les fonctions Λ et Ω sont définies par:

$$\Lambda = \ln(\frac{a}{r}) - \ln(\frac{\rho_e}{r_e}) \qquad (80)$$

et

$$\Omega = \frac{1}{\gamma_e a}\left[\frac{K_0(\gamma_e a)}{K_1(\gamma_e a)} + 2\sum_{m=1}^{\infty}\left(\frac{\rho\rho_0}{a^2}\right)^m \frac{K_m(\gamma_e a)}{K_{m+1}(\gamma_e a)}\cos m(\Phi-\Phi_0)\right] \qquad (81)$$

avec

$$\rho_e = \frac{a^2}{\rho_0}$$

et

$$r_e = \sqrt{\rho_e^2+\rho^2-2\rho\rho_e\cos(\Phi-\Phi_0)}$$

Il est à présent clair que l'équation (81) se simplifie, en supposant que le module de $\gamma_e.a$ est infini, sous la forme:

$$\Omega = \frac{1}{\gamma_e a}[1 + 2\sum_{m=1}^{\infty}\left(\frac{\rho\rho_0}{a^2}\right)^m \cos m(\Phi-\Phi_0)] \qquad (82)$$

qui est aisèment calculable et exploitable. Nous avons étudié le cas où la conductivité de l'armure est très grande mais finie. Le calcul est développé en référence [35] où nous avions fait appel à un calcul symbolique rigoureux basé sur la théorie de la variable complexe.

Il est bien évident que, pour une répartition en multi-conducteurs, le problème devient encore plus complexe. Nous ferons appel à la résolution de l'équation généralisée aux valeurs propres donnée en référence [29].

Notons que, pour introduire quantitativement la notion de brins multi-conducteurs, le mode d'excitation de l'ensemble importe beaucoup quant à la connaissance de la distribution des champs magnétiques et électriques produits par la superposition des fils conducteurs. Ainsi, la connaissance du nombre de conducteurs, généralement disposés suivant une configuration géométrique symétrique et du mode d'excitation, permet d'établir le schéma équivalent de l'ensemble de ligne multi-conducteurs à une seule, simple et unique ligne R, L, C, G de manière générale.

Ce schéma équivalent permet de modéliser et mettre en équations la propagation de l'onde électromagnétique le long de l'ensemble de la structure en question.

Le passage de la ligne multi-brins à son équivalent en mono-brin s'effectue en tenant compte de tous les types de couplages entre conducteurs (diaphonie). Nous entendons par couplages, les couplages inductifs et capacitifs entre chaque brin.

A tous ces problèmes complexes spécifiques aux couplages, vient se superposer le gradient linéaire de température dans lequel la totalité de la structure est plongée.

Le problème se résout, une fois que le modèle équivalent est établi, par les mêmes procedures qu'auparavant (i.e: PSpice ou la MDF).

2-2-7- Conclusion

Dans l'hypothèse du câble coaxial plongé dans un milieu où la température varie progressivement et linéairement en fonction de la distance longitudinale, la théorie des lignes de transmission peut fournir, quelque soit le domaine fréquentiel mais moyennant certaines approximations sur la loi linéaire de variation de la température, les équations de base qui régissent la propagation. Néanmoins, la résolution mathématique du problème nous a semblé très fastidieuse; un calcul approché simple, numérique, a donné de bons résultats en comparaison avec le modèle de simulation.

En étudiant, dans un premier temps, la propagation des ondes électromagnétiques en basses fréquences ou du mode TEM coaxial, nous avons rappelé l'équation des télégraphistes en imposant à la résistance une loi de croissance, en fonction de la distance, linéaire. Nous avons aussi étudié un cas particulier de distribution non-linéaire de la température en fonction de la distance, laquelle distribution, après une approximation du premier ordre, correspondra au cas linéaire.

Une étude, dans le cas du gradient linéaire seulement, des hautes fréquences telles que l'effet pelliculaire puisse, analytiquement, être indroduit a également été effectuée pour déterminer attenuations et phases comme pour les basses fréquences.

A l'aide des approximations des fonctions de Bessel dont dépendent la résistance et l'inductance lineïques, nous avons calculé les nouveaux paramètres, usuellement dits répartis, pour le cas du gradient linéaire de température, moyennant des approximations appropriées tenant compte de la forme et de la structure géometrique du câble coaxial et de sa section droite en l'occurence ainsi que du domaine fréquentiel étudié.

Dans les deux domaines fréquentiels, nous avons appliqué, pour modèliser la propagation des ondes électromagnétiques continues, la méthode des différences finies, méthode que nous avons développée et adaptée à ce cas particulier qui est celui du câble coaxial plongé dans un gradient de température, et un programme PSpice permettant donc de " remplacer " le câble réel par une série de quadripôles en cascades, chacun tenant compte de la dispersion spaciale.

L'avantage de calculer directement les attenuations ainsi que les phases, réduit considérablement le temps de calcul, contrairement à ce que le programme aurait pu prendre comme temps de calcul si l'on avait déterminé tous les courants et tensions utilisant les équations récurrentes qui découlent du modèle des différences finies; cela a été aussi un gain en mémoire fort important.

Les résultats ont montré, de manière globale, une bonne cohérence entre valeur calculée et valeur simulée par le programme PSpice pour les deux domaines fréquentiels que nous avons étudiés.

La méthode des différences finies ainsi appliquée s'avère plus rapide, vue les résultats, et par conséquent plus économique que ce soit en basses ou en hautes fréquences.

Il faut également souligner, vu les résultats donnés pour une loi parabolique de croissance de la température en fonction de la distance, que la méthode est aussi valable et demeure tout a fait applicable à condition que les fonctions introduites (ex: polynomiale, homographique, etc...) ne présentent pas de points singuliers pour lesquels les équations récurrentes du modèle numérique ainsi que celui de la simulation divergent.

Il est également fort utile de noter que ces deux modèles, vu les équations de propagation qui le régissent, pourrait aussi se généraliser pour d'autres type de ligne.

Ainsi, les lignes microrubans par exemple peuvent faire l'objet d'une étude similaire à celle qui a été effectué à présent pour les caracteriser dans le gradient de température. Les paramètres réparties de la ligne microruban, à température ambiante, sont totalement connus. Il ne restera plus qu'à faire des approximations analogues à celles du câble coaxial déjà étudié mais tenant compte de la différente géometrie de la ligne par rapport au câble coaxial (notamment la section droite des conducteurs qui n'est plus circulaire ou en couronne circulaire comme pour le câble coaxial).

D'autres types de lignes peuvent trouver de pareils applications; mais les seules paramètres qui doivent être pris en considération sont la mémoire vive et surtout le temps de calcul s'il s'agit d'utiliser des pas de subdivision de plus en plus fins, pour les très hautes fréquences (guides d'ondes, lignes microrubans, etc...), par exemple.

Certaines applications peuvent faire appel à une transmission par câble multi-conducteurs nécessitent une étude théorique très poussée de la diaphonie dans de pareils milieux à gradient de température linéaire ou autres. D'autres type d'équations sont à considerer, le couplage électromagnétique en l'occurence qui se traduit par l'introduction, dans les équations des télégraphistes, de fonctions et termes supplémentaires de mutuelle inductance et de couplages capacitifs entre les différents conducteurs constituant la ligne de transmission de manière globale.

Ainsi, d'autres nouvelles considérations sont à tenir compte notamment la complexité du passage du modèle réel, encore plus compliqué et nécessitant un calcul analytique vectoriel (matrices,

diagonalisation, etc...) très fastidieux, au modèle numérique ou discret. Pour PSpice, il conviendrait de remplacer la ligne multi-conducteurs par un modèle d'équivalence d'une seule ligne dont les "paramètres primaires" ne seraient autres qu'une combinaison des paramètres de chaque câble de la ligne pris séparèment.

La méthode des différences finies demeure valable dans ce cas précis; seules les "singularités", comme nous l'avons mentionné au préalable, sont à éviter.

Chapitre 3

Application de la Méthode des Différences Finies à la Détection d'une Irrégularité Thermique le long d'un Câble Coaxial

3-1- Introduction

De toutes les grandeurs physiques, la température est certainement l'une de celles dont la mesure est la plus fréquente car elle détermine des variations sur des propriétés de la matière, que ce soit de façon continue (pression ou volume d'un gaz par exemple), ou de façon discontinue (changements de phase ou points de Curie magnétiques ou ferroélectriques)[36].

Cependant affecter une valeur numérique à une température pose un problème de fond. En effet, la plupart des grandeurs physiques peuvent être numériquement définies par leur rapport à une grandeur de même nature prise pour référence. Ces grandeurs sont dites extensives car à partir de la référence il est aisé, du moins conceptuellement, de définir des multiples ou des sous-multiples. Cela n'est pas le cas pour la température qui est une grandeur dite intensive: multiplier ou diviser une température n'a pas, *a priori*, de signification physique évidente.

Du nombre important de propriétés de la matière et de phénomènes physiques sensibles à la température résulte une grande diversité de méthodes de mesure:

- méthodes optiques basées sur la répartition spectrale du rayonnement émis ou l'élargissement de raies spectrales par l'effet Doppler dû à l'agitation thermique [37];

- méthodes mécaniques fondées sur la dilatation d'un solide, d'un liquide ou d'un gaz à pression constante, sur la pression d'une vapeur saturante ou sur la célérité du son [38], [39];

- méthode électrique reposant sur la variation thermique [40] de la valeur de la résistance ou de son bruit de fond, ou sur la sensibilité thermique [41] de la fréquence d'oscillation d'un quartz, etc...

Les méthodes optiques ou acoustiques qui s'appuient sur l'observation extérieure d'une propriété du milieu dont on mesure la température n'apportent à celle-ci aucune perturbation; leur domaine d'emploi est cependant limité et leur mise en oeuvre d'une certaine complexité; les méthodes électriques par contre,sont d'une grande généralité, d'une mise en oeuvre relativement simple mais l'interaction réciproque du capteur et du milieu environnant pose souvent, lorsque la mesure doit être précise, un délicat problème d'évaluation et de minimisation de l'écart entre la température à mesurer et celle effectivement mesurée qui est celle du capteur.

Il existe différents types de capteurs de température; chacun utilise un principe physique donné liant la température à mesurer avec précision et la grandeur physique qui, directement ou indirectement, dépend de cette température.

Ainsi, la grandeur physique peut être une résistance qui, par sa mesure, nous donne un ordre de grandeur sur la température. Dans ce cas, on fait généralement usage de thermistances dont le principe physique liant résistance et température peut être résumé par une équation de la forme: $R = A*\exp(B/T)$ où A et B sont des constantes et T la température en degrés Kelvin [42][43]. Pour que cette loi soit directement et facilement exploitable, on s'arrange à linéariser R(T) car la fonction exp(B/T) est hautement non linéaire pour les relativement basses températures.

La grandeur physique peut être également un signal optique transmis ou réfléchi d'une fibre optique véhiculant le signal à la paraffine par exemple [44],[45],[46] méthode de mesure dont le principe physique utilisé est la grande variation du coefficient de diffusion optique de la lumière par un matériau lorsque celui-ci change de phase. La grandeur physique peut être tout simplement un courant ou une tension électrique utilisant un montage approprié et adéquat pour " extraire " la température.

Nous étudions dans ce chapitre une méthode de mesure précise et reproductible de température d'un domaine restreint appartenant à un milieu où la température est supposée constante.

Nous savons d'ores et déjà que lorsqu'une ligne homogène n'est pas terminée sur son impédance caractéristique, des réflexions se produisent à l'extremité.

Des réflexions se produisent également chaque fois qu'il existe en ligne des défauts d'uniformité tels que variation de la capacité lineïque, défaut d'isolement, changement local de l'inductance et la

résistance lineïques. Le défaut se traduit en effet par le fait qu'au point A de changement de caractéristique (cf figure 38), l'impédance Z, vue vers la droite du point A, n'est plus égale à l'impédance caractéristique [12] de la section de câble située à gauche de ce point.

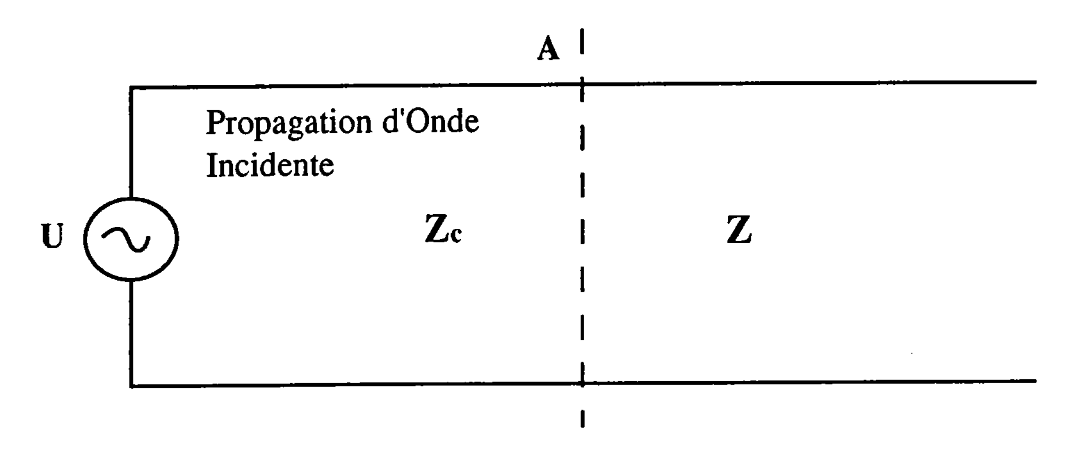


Figure 38: Représentation par des impédance d'une Irrégularité le Long d'une Ligne Transmission.

Le paramètre primaire que nous avons jugé utile de "perturber" est la résistance lineïque, car celle-ci est linéairement liée à la température du défaut thermique (cf équation (1)).

Plusieurs études antérieures [47], [48], [49] se sont penchées sur le problème de la détection, la localisation et le calcul de l'impédance ramenée du défaut; mais nulle étude ne s'est intéressée à une telle mesure de température utilisant les propriétés électriques intrinsèques des lignes de transmission.

La méthode de mesure que nous avons développée se base sur l'application de la méthode des différences finies préalablement appliquée au câble coaxial en considérant constante la température le long de tout le câble excepté pour une faible portion d'une longueur déterminée.

Pour ne pas rentrer dans les considérations complexes de l'effet pelliculaire, nous avons exploité simplement le domaine restreint des basses fréquences.

Par une mesure directe de l'attenuation ou du gain, entre autres, nous calculons, utilisant les équations récurrentes des

rapports des tensions le long du câble, le module de la fonction de transfert du quadripôle représentant le défaut thermique ou de manière générale l'irrégularité.

Notons qu'au préalable, la distance du défaut au générateur ainsi que son extension sont connues. La résistance est supposée constante localement et sa variation générale le long de la ligne est illustrée en figure 38 où elle varie suivant une fonction en échelon et dont la valeur maximale est *a priori* inconnue.

Le but est donc de determiner sa valeur; valeur à partir de laquelle, de manière indirecte, nous accédons à la température. La méthode de mesure ainsi élaborée fait partie des méthodes indirectes puisque c'est l'attenuation d'abord que nous mesurons; grandeur dont découlera, suivant un calcul que nous allons développer, la valeur de la résistance dont dépend linéairement la température recherchée.

Les équations de récurrence liant le gain total du câble coaxial aux modules des rapports des tensions aux interfaces des quadripôles élémentaires permettent de solutionner le problème donnant ainsi une très bonne précision quant au calcul de la température [50].

Nous avons utilisé le câble coaxial alimenté par un générateur de signaux alternatifs de très faible puissance et par conséquent, nous n'avons pas étudié le cas de l'onde réfléchie.

La puissance absorbée par une charge de 50 Ω, lorsque la tension d'entrée est de 1 V (tension en charge), est de 20 mW. Ce qui montre effectivement que le niveau de puissance est trop insuffisant pour pouvoir établir des mesures en ondes réfléchies car il existe une très faible désadaptation du fait que seulement une partie du câble est immergée dans de l'eau relativement chaude.

3-2- Détection et localisation des défauts en lignes de transmission

Le problème de la détection, de la mesure et de la localisation d'une imperfection le long d'une ligne de transmission, en général, a été traité par plusieurs méthodes notamment réflectometriques.

- Méthode de localisation d'un défaut en ligne de R. PINTELON et L. VAN BIESEN [48]

Dans leur article [48], R. PINTELON et L. VAN BIESEN utilisent une méthode réflectométrique pour détecter et surtout localiser un défaut dans une ligne de transmission. Le principe est d'utiliser le calcul opérationnel de Laplace pour calculer avec une grande précision le signal réfléchi par le câble coaxial présentant un défaut en ligne. Le schéma de principe est illustré ci-dessous:

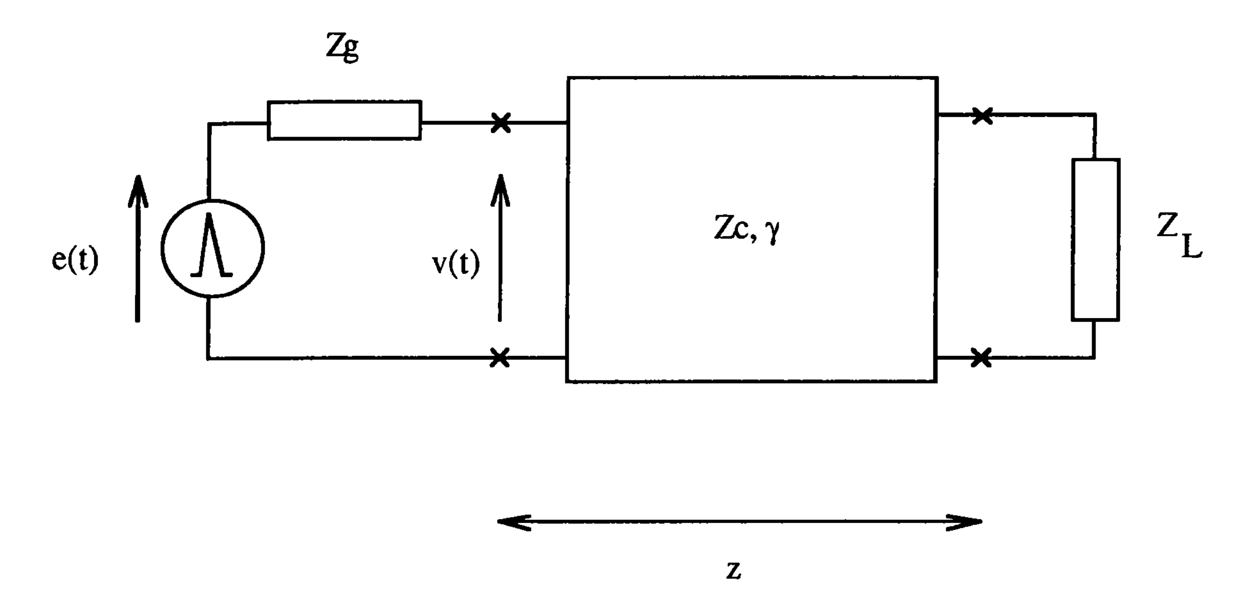


Figure II: Schéma de Principe de Mesure Expérimentale des Réflectogrammes sur une Ligne (Zc, γ) de Longueur z

Le câble coaxial représentant un défaut en ligne est, idéalement, représenté par un tronçon de ligne homogène d'impédance caractéristique Z_c de longueur z (cf figure II) chargée par une impédance Z_L quelconque, différente de l'impédance itérative, qui traduit l'irregularité.

Les auteurs écrivent la fonction de transfert entre l'excitation (impulsionnelle) x(t) et la première réflexion y(t), observées toutes les deux à l'entrée de la ligne de transmission. Ils établissent alors la relation:

$$T(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = (1+\rho_g)\rho_L e^{-2\gamma z} \qquad \text{(Eq-XX)}$$

où Y(p) et X(p) sont respectivement les transformées de Laplace de y(t) et x(t). Les coefficients de réflexion ρg et ρL (i=g ou L) sont données par:

$$\rho_i = \frac{Z_i(p) - Z_c(p)}{Z_i(p) + Z_c(p)} \qquad \text{(Eq-XXI)}$$

L'équation de la transformée de Laplace est ainsi exploitable pour connaître avec une très bonne précision la réponse qui, à partir de sa dépendance du temps de propagation ou de retard τ , nous permet de remonter à z la coordonnée du défaut.

Les auteurs soulignent que cette méthode, contrairement à d'autres méthodes cepstrales par exemple [51], autorise une précision de localisation du défaut en ligne complètement indépendante de l'impédance du défaut lui même. Cependant, les auteurs ajoutent que la simple connaissance de la vitesse de propagation issue de la mesure du temps de retard ou de propagation τ, permet de localiser le défaut en ligne.

Malgré la rigueur et la précision de la méthode, celle-ci ne permet pas, de façon effective, de mesurer la température d'une éventuelle singularité en ligne dûe à un échauffement local.

En référence [47], P.F.GALE utilise aussi une méthode impulsionnelle pour localiser le défaut, mais ne s'interesse pas à sa caractérisation (température, constante diélectrique, longueur ou extension, etc...). Il utilise une méthode très similaire à celle citée précédemment.

3-3- Formulation Mathématique de la Méthode Indirecte de Mesure de Température

Les équations aux différences finies sont les mêmes utilisées pour le cas du gradient de température; la seule et principale différence est la " fonction résistance " qui, au lieu de varier, pour les basses fréquence bien évidemment, suivant la loi R(z)=a+b.z, varie comme une fonction en escalier telle que:

$R(z)=R_{amb}$ pour $0 \leq z \leq (M-1).\Delta z$ ou $M.\Delta z \leq z \leq L$;

et

$R(z)=R_x$ (inconnue) pour $(M-1).\Delta z \leq z \leq M.\Delta z$

Pour des raisons de simplicité d'utilisation de la méthode des différences finies, nous choisissons un pas de discrétisation égale à la

longueur du défaut thermique. Pour des défauts assez longs, il convient d'utiliser des câbles coaxiaux plus longs pour que les approximations restent valables.

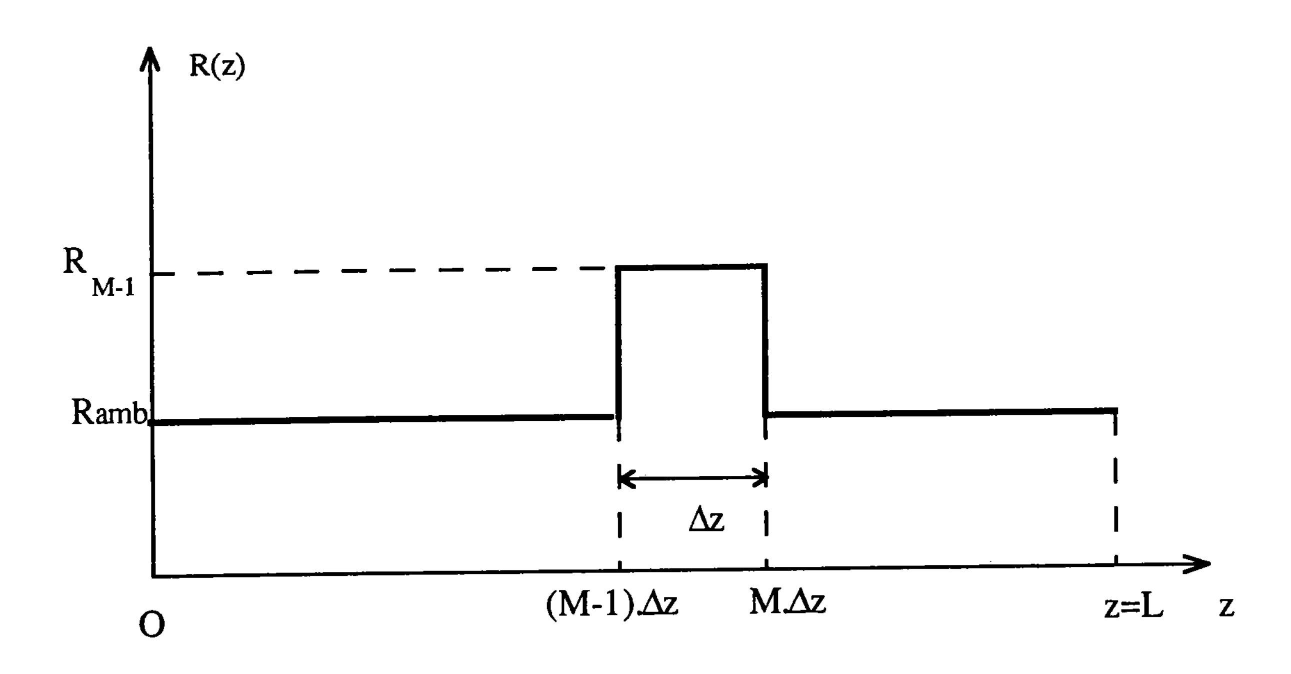


Figure 39: Variation de la Résistance en Fonction de la Distance Z.

Nous réécrivons les équations récurrentes des rapports des tensions ou fonctions de transferts de chaque quadripôle connaissant tous les paramètres primaires de chaque quadripôle élémentaire excépté ceux du quadripôle sujet au défaut thermique. Seules sont connues, pour celui-ci, la capacité et l'inductance supposées les mêmes que pour le reste du câble. La conductance est également négligée puisque nous avons supposé parfait le diélectrique contenu entre les conducteurs interne et externe.

Rappelons les équations (44) et (45) utilisées au Chapitre 3, équations à partir desquelles nous calculons le module de la fonction de transfert du quadripôle du défaut thermique.

Ainsi, nous écrivons, tenant compte de l'irrégularité localisée entre (M-1).Δz et M.Δz, l'équation du gain total sous la forme :

$$\frac{V_N}{V_0} = \left\{ \prod_{i=N}^{M+1} \frac{V_i}{V_{i-1}} \right\} \frac{V_M}{V_{M-1}} \left\{ \prod_{i=M-1}^{1} \frac{V_i}{V_{i-1}} \right\} \qquad (83)$$

Equation contenant, sous forme de rapport, le terme correspondant à l'irrégularité thermique que présente le câble coaxial.

Cependant, les deux produits finis de part et d'autre de ce terme de défaut thermique sont connus puisqu'ils représentent les deux parties restantes du câble où la température est uniformément distribuée.

Ainsi, il est jugé utile de rappeler l'équation générale (54), car celle-ci est rappelée chaque fois que les deux produits finis préalablement cités sont à calculer.

Nous écrivons, en revanche, pour les modules de chaque terme intervenant dans (83):

$$\left|\frac{V_M}{V_{M-1}}\right| = \sqrt{\frac{(1+LC\omega^2\Delta z^2)^2+(R_{M-1}C\omega\Delta z^2)^2}{(1+R_{M-1}G_L\Delta z)^2+(L\omega G_L\Delta z)^2}} \qquad (84)$$

Le module de la fonction de transfert du défaut thermique donné par (84) peut être aisément calculé si l'attenuation ou le gain total(e) est connu(e). Remarquons alors que la résistance R_{M-1} est simplement extraite de cette même équation (84).

Du point de vue expérimental, l'attenuation est le seul paramètre à mesurer, ce qui restera par la suite est le calcul, suivant le modèle des différences finies ainsi élaboré, du module de la fonction de transfert du défaut suivant l'équation suivante:

$$\left|\frac{V_M}{V_{M-1}}\right| = \frac{|g|}{P(I).P(III)} \qquad (85)$$

où le module de g, /g/, représente le gain total mesuré entre l'entrée et la sortie, aux bornes de l'impédance de charge:

$$|g| = \left|\frac{V_N}{V_0}\right| \qquad (86)$$

Les produits finis donnés en (85) ne sont autres que les termes représentant les régions (cf figure 39) où la température est uniformément répartie et sont donnés par:

$$P(III) = \prod_{i=N}^{M+1} \left| \frac{V_i}{V_{i-1}} \right| \qquad (87)$$

et

$$P(I) = \prod_{i=M-1}^{1} \left| \frac{V_i}{V_{i-1}} \right| \qquad (88)$$

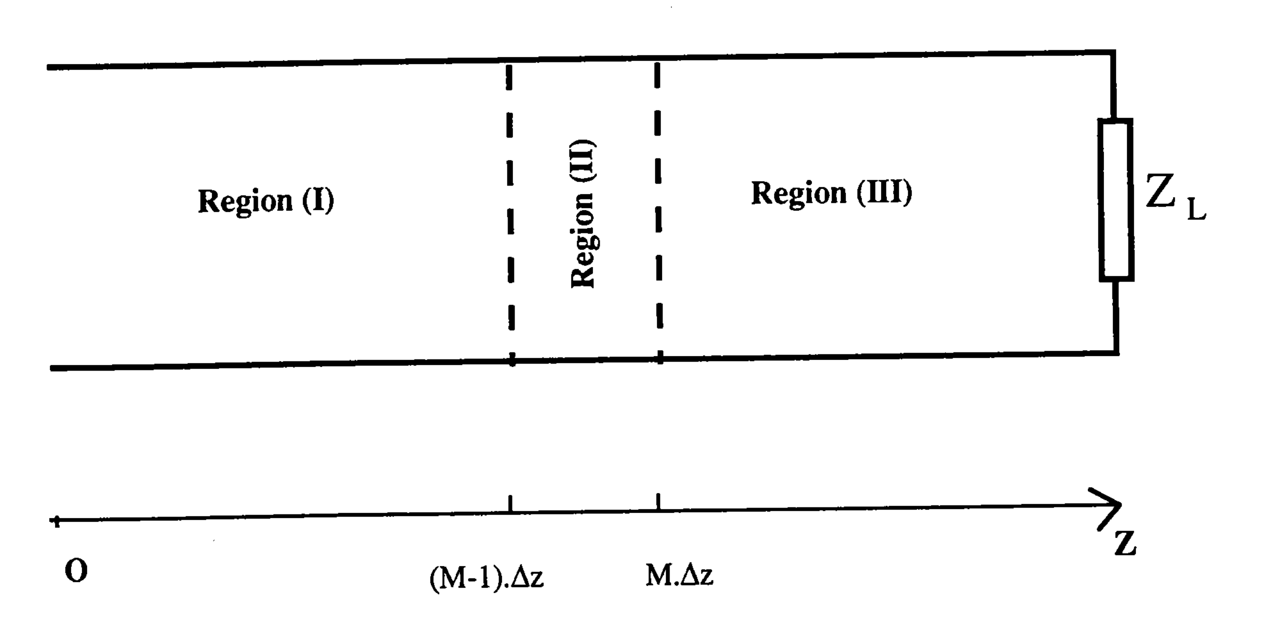


Figure 40: Représentation des Différentes Régions du Câble Coaxial Etudié.

La résistance du défaut thermique, paramètre recherché, est ainsi totalement connue; nous écrivons alors sa valeur, d'après (84), de la forme:

$$R_{M-1} = \frac{-g_M^2 G_L + \sqrt{G_L^2 g_M^4 - (g_M^2 G_L^2 - C^2\omega^2\Delta z^2)(g_M^2 k_2^2 - k_1^2)}}{\Delta z (g_M^2 G_L^2 - C^2\omega^2\Delta z^2)} \qquad (89)$$

où

$$g_M = \left|\frac{V_M}{V_{M-1}}\right| \qquad (90)$$

$$k_1 = 1+LC\omega^2\Delta z^2 \qquad (91)$$

et

$$k_2 = L\omega G_L \Delta z \qquad (92)$$

La température du défaut ou de l'irrégularité thermique que pourait présenter un milieu quelconque est alors connue en appliquant la formule générale pour les relativement petites températures:

$$R(t°C) = R_{amb}.[1+\alpha.(t°C-t_{amb}°C)] \qquad (93)$$

où α=4.166e-3 $°C^{-1}$ pour le cuivre, et R_{amb} n'est autre que la résistance totale des conducteurs interne et externe formés de cuivre à température ambiante. La température est alors aisèment determinée utilisant (93):

$$t°C = t_{amb}°C + \frac{1}{\alpha}.(\frac{R_{M-1}}{R_{amb}} - 1) \qquad (94)$$

Les résultats ainsi que la description du dispositif de mesure expérimentale sont détaillés au prochain paragraphe.

3-4- Résultats

Le dispositif expérimental est constitué des éléments suivants:

- Un câble coaxial du type RG58U de 100 m de longueur, chargé par son impédance caractéristique de 50 Ω;

- Un générateur de fonction HP 8116A, synthétisant des signaux en ondes continues ou pulsées dont la fréquence peut atteindre 50 MHz;

- Une résistance pour le chauffage de l'eau (BIOBLOCK SCIENTIFIC, POLYSTAT II ELECTRONIC) dans laquelle une partie du câble coaxial est sujette aux variations de température; cette résistance est commandée par un système d'asservissement de température. La

température de l'eau peut varier de 10 à 100 °C, avec une incertitude absolue de 0.1 °C;

- Un oscilloscope échantillonneur HP 54501A, permettant des mesures très précises des attenuations à différentes fréquences. Sa fréquence de balayage peut atteidre les 100 MHz, avec, en plus de l'affichage des traces des signaux, un affichage digitale temps réel des tensions avec une erreur absolue de 0.1 mV;

- Un thermomètre numérique à base du circuit intégré LM35 utilisant la sensibilité de celui-ci aux variations de températures.

Le circuit intégré, alimenté en V+ et GND, nous permet d'obtenir en sortie une tension proportionnelle à la température avec une dynamique de 10 mV/°C.

Le dispositif de mesure précise a été monté en laboratoire pour l'utiliser comme thermomètre étalon. La température peut être mesurée de 2 à 150 °C. Le schéma de son circuit électrique simplifié est donné en figure 41.

Les détails et précisions techniques sont donnés en annexes où sont illustrés les schémas des circuits électriques.

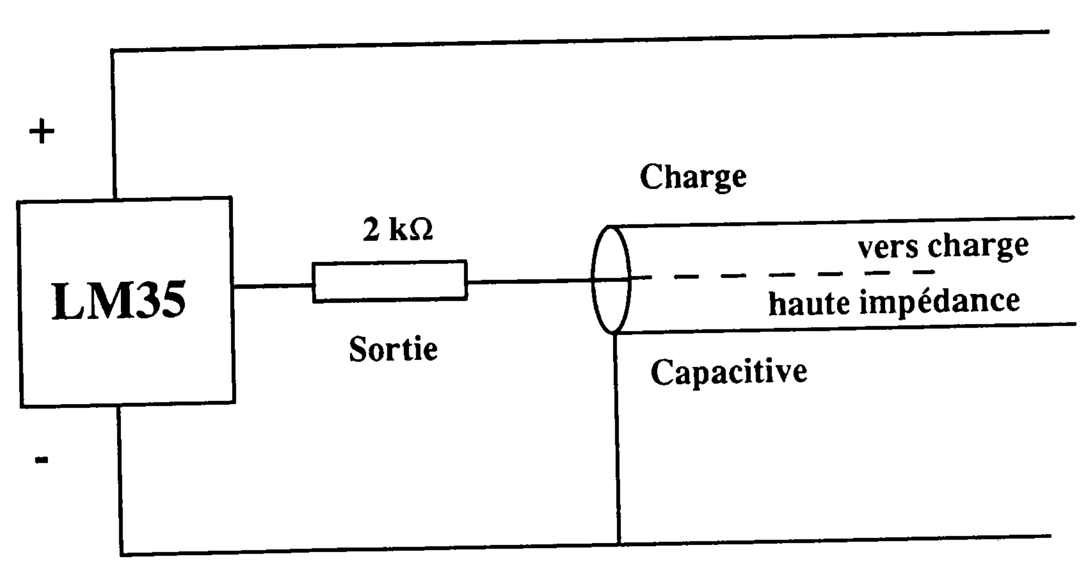


Figure 41: Schéma Electrique Simplifié du Capteur de Température Utilisé pour la Comparaison.

Le câble coaxial de 100 m de long a été partiellement plongé dans l'eau chauffée grâce à la résistance préalablement décrite. La

partie immergée est de 1 m de long. L'oscilloscope permet de mesurer les tensions en entrée et en sortie avec une excellente précision.

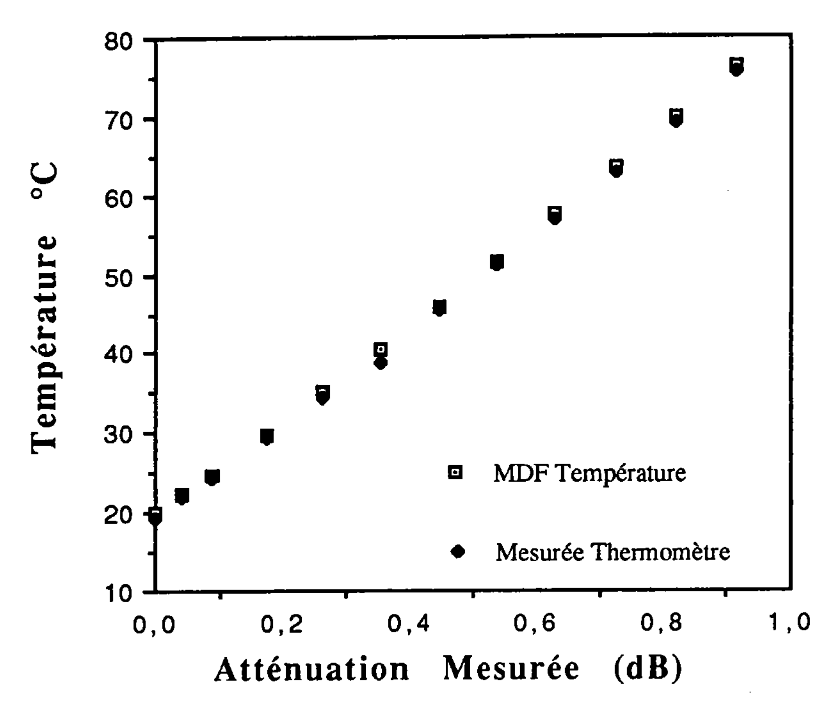


Figure 42: Courbe de Variation de la Température en Fonction de l'Atténuation Mesurée, L1=80m

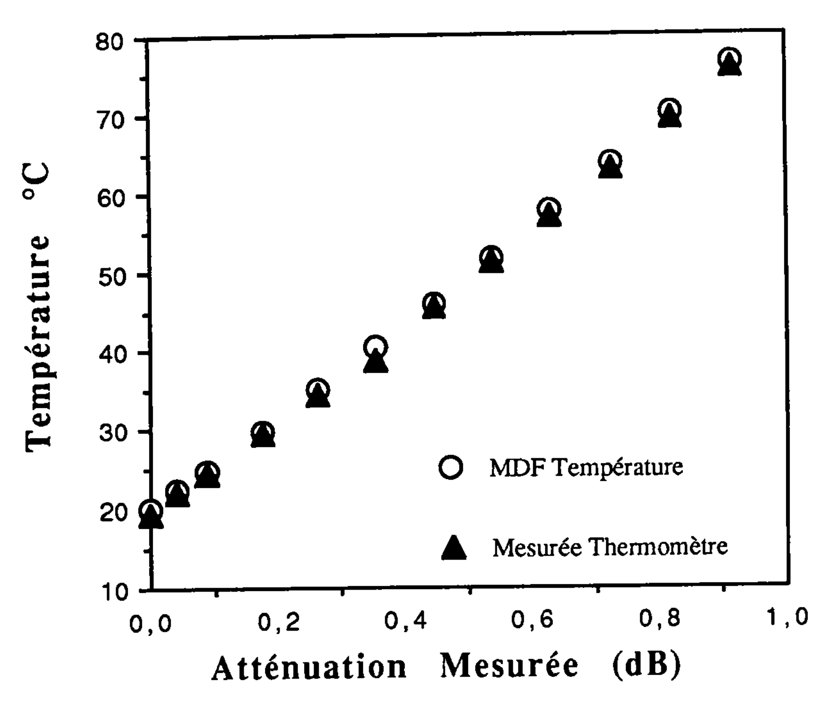


Figure 43: Courbe de Variation de la Température en Fonction de l'Atténuation Mesurée, L1=70m

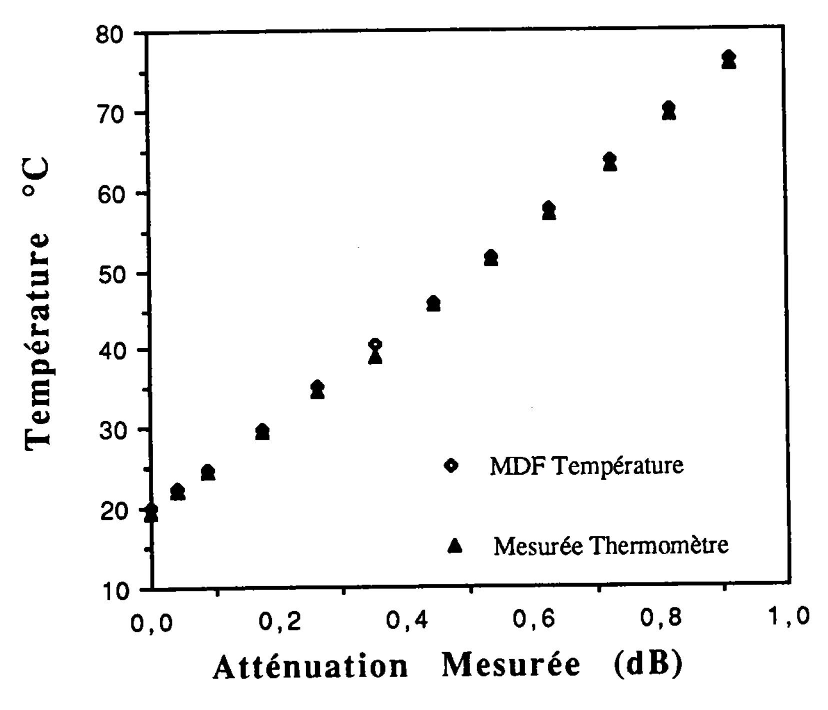


Figure 44: Courbe de Variation de la Température en Fonction de l'Atténuation Mesurée, L1=60m

Ainsi, les résultats des mesures et de la méthode des différences finies donnent tous les mêmes petits écarts comme il est illustré en figures 42, 43 et 44 pour différentes positions du défaut

thermique par rapport au générateur; il est alors inutile de réeffectuer ces mesures pour des distances intermediaires car les explications relatives, au fait que la partie à droite du défaut peut être tout simplement remplacée par l'impédance caractéristique Z_C=50 Ω, sont largement suffisantes.

Une constatation fort importante à souligner est le fait que la loi de variation de l'attenuation mesurée en fonction de la température soit linéaire facilitera l'étalonnage du nouveau type de "capteur" de température ainsi élaboré.

Notons aussi que le modèle concerne des fréquences et des températures relativement basses car, expérimentalement, nous avons plongé la partie concernée du câble dans de l'eau et par conséquent la température ne doit pas dépasser la température d'ébulition de l'eau; quant aux fréquences, elles ne doivent pas dépasser la limite imposée par les approximations des fonctions de Bessel (cf équation (70)). Etant donné que les résultats sont les mêmes pour n'importe quelle distance du générateur au défaut, nous avons jugé utile de donner, sous forme de tableau, et, pour de plus amples précisions, ces écarts, quoique très faibles, entre valeurs réellement ou directement mesurées grâce au thermomètre digitale et celles indirectement mesurées par le biais de l'attenuation en appliquant la méthode des différences finies.

Attén. Mesurée (dB)	Température Mesurée (°C)	Température Calculée MDF (°C)	Ecarts de Température (°C)	ΔT/T (%)
0.915	75.80	76.335	0.535	0.705
0.819	69.25	69.855	0.605	0.873
0.724	62.99	63.585	0.595	0.944
0.630	56.98	57.517	0.537	0.942
0.537	51.10	51.624	0.524	1.025
0.445	45.50	45.951	0.451	0.991
0.354	38.80	40.437	0.637	1.641
0.264	34.60	35.092	0.492	1.421
0.175	29.47	29.911	0.441	1.496
0.087	24.30	24.886	0.586	2.411
0.043	21.90	22.430	0.500	2.283
0.000	19.50	20.014	0.514	2.635

Tableau 9: Ecarts entre la Mesure Directe de la Température et celle Déduite de l'atténuation (MDF-GT)

Il est ainsi clair, d'un point de vue quantitatif, que ces écarts, entre valeur mesurée et valeur calculée selon le modèle numérique établi, sont effectivement très faibles et par conséquent la méthode des différences finies s'avère efficace et surtout précise dans ce cas de mesure de température.

3-5- Extension ou limite de fonctionnement

Il est bien évident que la sensibilité des appareils de mesure (oscilloscope échantionneur, thermomètre digital) joue un rôle très important quant à l'appréciation de la température du défaut thermique.

Ainsi, nous sommes confrontés à deux types de problèmes: d'une part le modèle des différences finies, comme la plupart des modèles numériques, impose une subdivision la plus affinée que possible; et d'autre part, les appareils de mesure, du fait de la limitation de leur sensibilité, demandent un minimum d'échauffement de la partie immergée.

Dans ce paragraphe, nous étudions, d'après les relevés expérimentaux de mesure de température, les limites de validité de la méthode des différences finies compte tenu des limites extrêmes de sensibilité des appareils de mesure, l'oscilloscope échantionneur en occurence car la mesure au thermomètre digital s'effectue de façon directe et est considérée comme mesure de référence. Ainsi, nous avons effectué des mesures de température en utilisant des longueurs plus petites que 1 m afin de determiner de façon expérimentale les limites de validité de cette mesure. Des longueurs de 20, 25 et 50 cm ont été prises et les résultats sont donnés, comme pour le cas de 1 m, sous forme de courbe Température-Atténuation et de tableaux Atténuation mesurée-Ecart de température (La longueur du générateur à l'irrégularité est prise égale à L_1=90 cm pour une même longueur de câble de 100 m que nous avons préalablement utilisé):

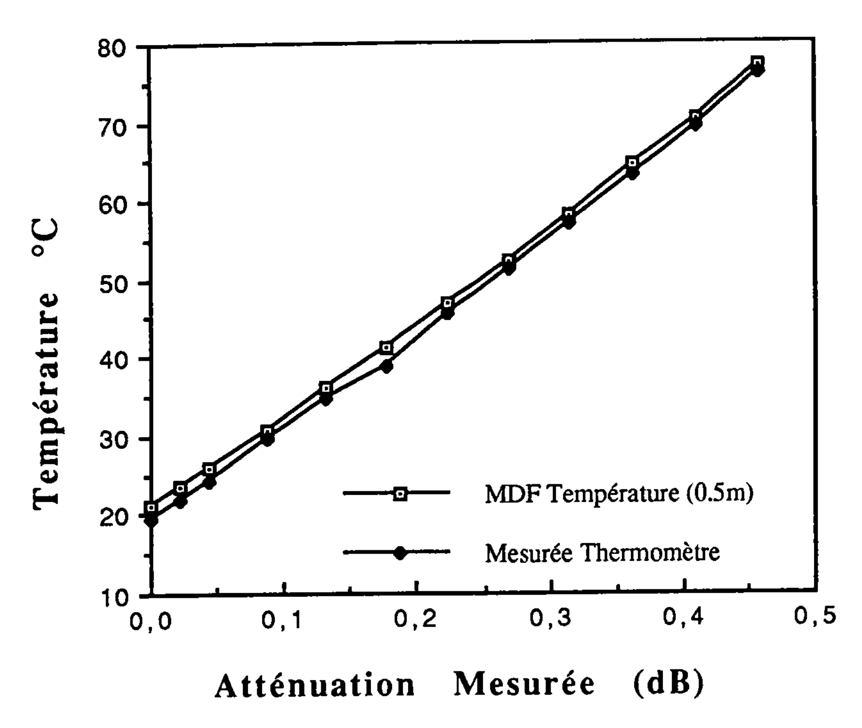


Figure 45: Température en fonction de l'Atténuation Mesurée, Longueur de Défaut=50cm

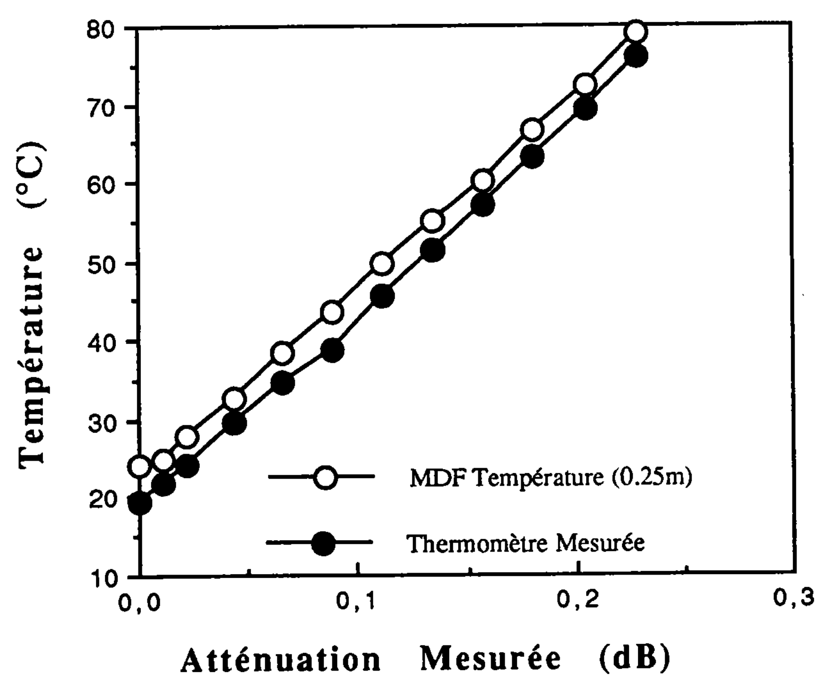


Figure 46: Température en Fonction de l'Atténuation Mesurée, Longueur de Défaut=25cm

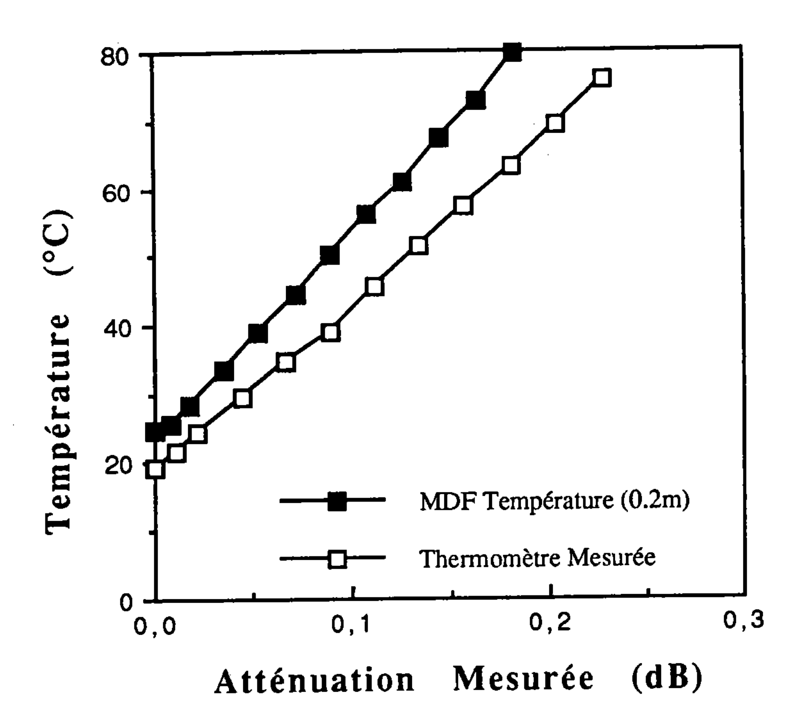


Figure 47: Température en Fonction de l'Atténuation Mesurée, Longueur de Défaut=20 cm.

Nous donnons également les tableaux repésentant les écarts de températures par les deux méthodes, pour chaque cas.

Attén. Mesurée (dB)	Température Mesurée (°C)	Température Calculée MDF (°C)	Ecarts de Température (°C)	ΔT/T (%)
0.451	75.80	77.000	1.200	1.583
0.207	69.25	70.100	0.850	1.227
0.367	62.99	64.300	1.310	2.070
0.315	56.98	58.120	1.140	2.000
0.268	51.10	52.300	1.200	2.348
0.225	45.50	47.000	1.505	3.307
0.177	38.80	40.500	1.700	4.381
0.135	34.60	36.000	1.400	4.046
0.880	29.16	30.500	1.335	4.578
0.045	24.30	25.780	1.480	6.090
0.027	21.82	23.510	1.690	7.745
0.000	19.50	21.030	1.530	7.846

Tableau 10: Ecarts entre la Mesure Directe de la Température et celle Déduite de l'atténuation (MDF-GT) Δz = 50cm

Attén. Mesurée (dB)	Température Mesurée (°C)	Température Calculée MDF (°C)	Ecarts de Température (°C)	ΔT/T (%)
0.227	75.80	79.000	3.200	4.221
0.110	69.30	72.100	2.800	4.040
0.187	62.99	66.600	3.610	5.731
0.160	56.98	60.000	3.020	5.300
0.135	51.10	55.100	4.000	7.827
0.114	45.50	49.500	4.000	8.791
0.090	38.80	43.500	4.700	12.113
0.070	34.60	38.250	3.650	10.549
0.051	29.16	32.700	3.230	11.076
0.028	24.30	27.900	3.600	14.814
0.016	21.93	25.000	3.070	13.999
0.000	19.50	24.100	4.600	23.589

Tableau 11: Ecarts entre la Mesure Directe de la Température et celle Déduite de l'atténuation (MDF-GT) $\Delta z = 25$cm

Attén. Mesurée (dB)	Température Mesurée (°C)	Température Calculée MDF (°C)	Ecarts de Température (°C)	ΔT/T (%)
0.183	75.80	79.000	3.200	4.221
0.164	69.25	72.100	2.800	4.040
0.145	62.99	66.600	3.610	5.731
0.126	56.90	60.000	3.020	5.307
0.107	51.10	55.100	4.000	7.827
0.089	44.80	49.500	4.000	8.928
0.070	40.00	43.500	4.700	11.750
0.053	34.90	38.250	3.650	10.458
0.035	29.10	32.700	3.230	11.099
0.018	24.60	27.900	3.600	14.634
0.009	20.30	25.630	3.070	15.123
0.000	19.50	24.060	4.600	23.589

Tableau 12: Ecarts entre la Mesure Directe de la Température et celle Déduite de l'atténuation (MDF-GT) $\Delta z = 20cm$

Visiblement, ces résultats montrent que plus la longueur de la cellule élémentaire diminue et plus la sensibilité diminue également. Par contre une subdivision plus fine ne peut être qu'avantageuse pour les calculs numériques. Ainsi un compromis doit s'imposer pour qu'une telle méthode puisse être exploitée correctement sans pour autant commettre d'énormes déviations par rapport à la valeur de la température comme le thermomètre donnerait.

D'après les tableaux 11, 12 et 13, nous retenons la valeur de Δz=50 cm car elle présente l'erreur relative la plus faible.

3-6- Méthode Impulsionnelle

Le problème de la mesure de température d'un défaut en ligne peut également être résolu par une méthode réflectométrique. L'objectif est toujours le calcul de la résistance, paramètre variant linéairement en fonction de la température, du quadripôle élémentaire de longueur Δz donnée, représentant l'irrégularité en ligne.

Dans un premier temps, nous calculons l'impédance complexe du quadripôle R, L, C, (G=0) du défaut, puis nous effectuons l'identification de la résistance donnant ainsi la température.

Nous nous reporterons au schéma de la figure II du paragraphe III-2 du chapitre 1, et, pour simplifier, nous utilisons les mêmes notations que les auteurs [9].

La ligne de transmission, de manière générale, peut être vue de son entrée comme une impédance que l'on notera $Z_e(p)$; ce qui nous mène à calculer la tension V(p) en utilisant la formule du diviseur de tension:

$$\frac{V(p)}{E(p)} = \frac{Z_e(p)}{Z_e(p)+Z_g} \qquad (95)$$

où V(p) et E(p) représentent les transformées de Laplace de v(t) et e(t) respectivement (cf figure II). L'impédance d'entrée $Z_e(p)$ de la ligne homogène (Z_c, γ) est donnée par la relation:

$$Z_e(p) = Z_c(p).\frac{e^{\gamma L_1}+\Gamma e^{-\gamma L_1}}{e^{\gamma L_1}-\Gamma e^{-\gamma L_1}} \qquad (96)$$

où Γ: Coefficient de réflexion complexe donné par:

$$\Gamma = \frac{Z_L(p)-Z_c(p)}{Z_L(p)+Z_c(p)} \qquad (97)$$

Le câble coaxial RG58U possède une impédance caractéristique $Z_c=50\Omega$ ce qui est généralement adéquat aux générateurs $Z_g=Z_c=50\Omega$ et par conséquent, d'après [9]:

$$\frac{V(p)}{E(p)} = \frac{1}{2}.(1 + \Gamma e^{-2\gamma L_1}) \qquad (98)$$

ce qui donne par conséquent:

$$\Gamma(p) = e^{2\gamma L_1}\left[2\frac{V(p)}{E(p)} - 1\right] \qquad (99)$$

Si e(t) prend la forme telle que: e(t)=E>0 pour $0 \leq t \leq \tau$ et nulle ailleurs, sa transformée de Laplace est alors:

$$E(p) = \frac{1 - e^{-\tau p}}{p} \qquad (100)$$

La fonction V(p), à chaque fréquence, est évaluée, après la mesure temporelle de v(t), a l'aide de la FFT puis substituée dans (99). La déduction de Γ(p) puis celle de $Z_L(p)$ est alors immédiate.

Cette méthode est très délicate vu la grande précison demandée pour le calcul, grâce à la FFT, de la réponse impulsionnelle. Il est à noter aussi que, vu la courte longueur du câble (L=100 m), la durée τ de l'impulsion e(t) doit être la plus brève que possible pour éviter le problème d'interférence ou recouvrement de l'onde incidente et celle réflechie par la désadaptation en bout de ligne.

3-7- Simulation du gradient linéaire de température à l'aide de la méthode des différences finies

Dans cette partie, nous montrons qu'il est possible de calculer l'atténuation du câble coaxial plongé dans le gradient de température en ajoutant les atténuations (en dB) dûes à des perturbations thermiques localisées, décalées et dont la valeur de la température (ou la résistance) croît linéairement au fure et à mesure qu'on s'éloigne du générateur. Nous préconisons de calculer ces atténuations partielles du câble dûes à une température de défaut donnée mais exactement connue au préalable dont la valeur augmente linéairement (en escalier) en fonction de la distance. Le schéma de la figure 48 illustre les différentes situations de la ligne, chacune présentant une perturbation thermique localisée. Le programme qui effectue ces calculs (atténuations partielles et atténuation total) est donnée en annexes.

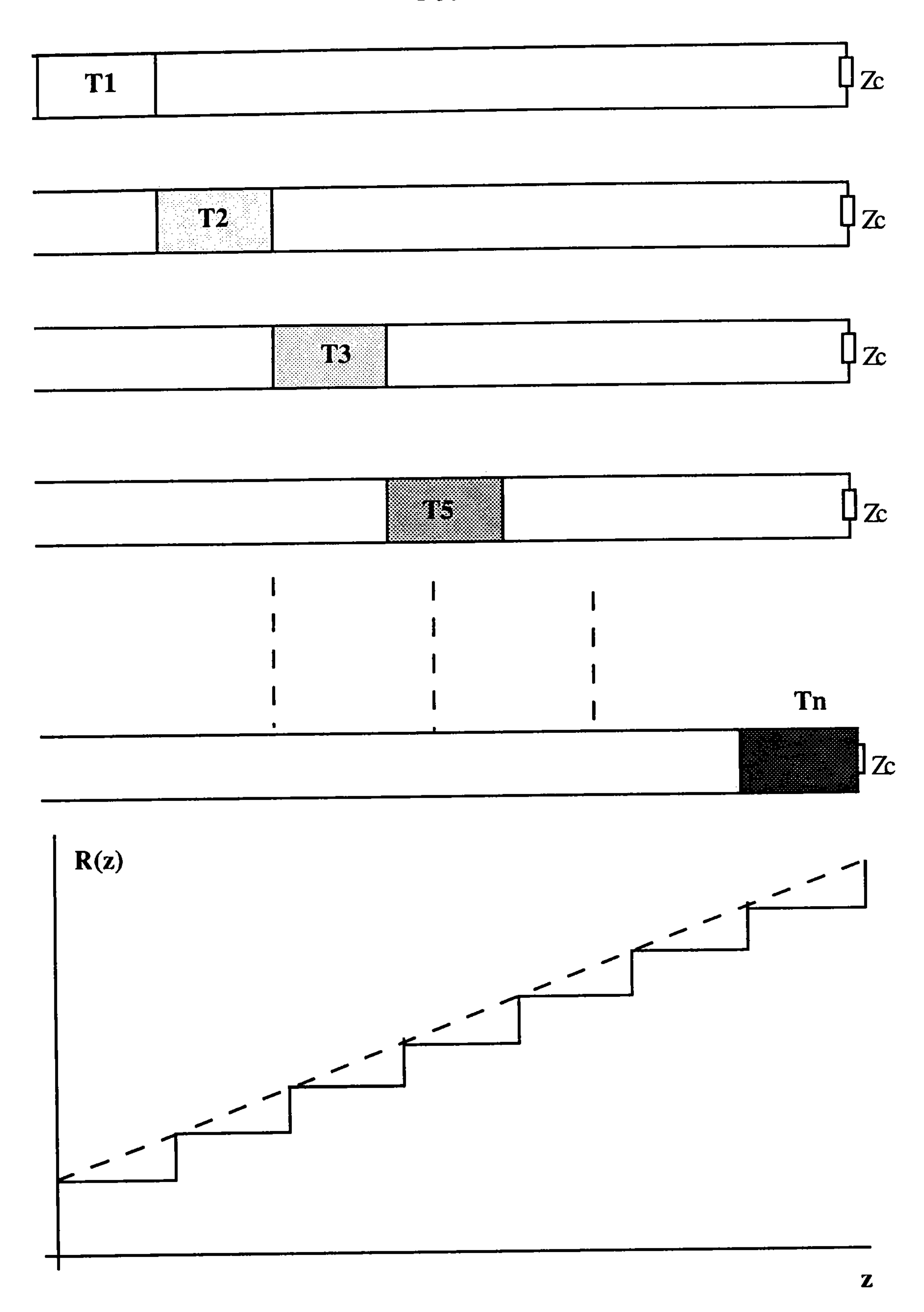


Figure 48: Schéma de Principe de Mesure Expérimentale de l'Atténuation Dûe au Gradient de Température en Utilisant la Méthode des Différences Finies

3-8- Résultats

Le calcul de l'atténuation du câble coaxial soumis à des irrégularités décalées (cf figure 48) s'effectue en fixant la position du défaut thermique puis en incrémentant sa distance, quoique peu importante, ainsi et surtout la valeur de sa résistance locale. Les calculs prouvent que la somme des atténuations (dB) dûes à chaque perturbation thermique localisée, est égale à l'atténuation totale dûe au gradient de température en basses fréquences. La fréquence est de 80 kHz pour toutes les cas de ligne de transmission sujette à une perturbation localisée.

```
/* Atténuations dûes à chaque perturbation thermique localisée */
AtténuationPartielle(dB) = 6.255810e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.257199e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.258589e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.259979e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.261368e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.262758e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.264147e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.265537e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.266927e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.268316e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.269706e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.271096e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.272485e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.273875e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.275264e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.276654e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.278044e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.279433e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.280823e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.282212e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.283602e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.284992e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.286381e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.287771e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.289160e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.290550e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.291940e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.293329e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.294719e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.296108e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.297498e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.298887e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.300277e-02
```

AtténuationPartielle(dB) = 6.301667e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.303056e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.304446e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.305835e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.307225e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.308614e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.310004e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.311394e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.312783e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.314173e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.315562e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.316952e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.318341e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.319731e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.321120e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.322510e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.323899e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.325289e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.326678e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.328068e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.329458e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.330847e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.332237e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.333626e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.335016e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.336405e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.337795e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.339184e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.340574e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.341963e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.343353e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.344742e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.346132e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.347521e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.348911e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.350300e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.351690e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.353079e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.354469e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.355858e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.357248e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.358637e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.360027e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.361416e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.362805e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.364195e-02

AtténuationPartielle(dB) = 6.365584e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.366974e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.368363e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.369753e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.371142e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.372532e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.373921e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.375311e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.376700e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.378090e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.379479e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.380868e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.382258e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.383647e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.385037e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.386426e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.387816e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.389205e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.390594e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.391984e-02
AtténuationPartielle(dB) = 6.393373e-02
/* Atténuation Totale */
AtténuationTotale(dB) = 6.324593e+00

La valeur de l'atténuation totale correspond bien à celle calculée en utilisant la loi de variation R(z) = a+b.z par le programme principale décrit auparavant.

3-9- Conclusion

La mesure de la température, grâce à la méthode des différences finies appliquée aux équations de propagation des ondes électromagnétiques dans le cas du câble coaxial, s'avère tout a fait valable et précise, vu les résultats des comparaisons avec ceux observés directement au thermomètre; cependant la fréquence ne doit pas être trop élevée pour que d'autres effets physiques viennent se superposer ou imposer, analytiquement, d'autres formalisme. Nous entendons par cela la prise en compte de l'effet de peau qui pourrait se manifester dans les conducteurs en plus hautes fréquences modifiant ainsi la résistance, en grande majorité, et l'inductance interne des conducteurs; l'inductance de couplage, nous l'avons vu, demeure inchangé puisque sa valeur représente la limite assymptotique de l'inductance totale en très basses fréquences.

L'inconvenient principal que présente cette méthode est la restriction dans le choix du pas de discretisation qui, en principe

comme nous l'avons pris, doit égaler l'extension de la région où la température présente la discontinuité.

Un facteur à ne pas négliger également est celui des phénomènes transitoires de la température lors du changement de l'état thermique que nous avions étudié dû à la propagation de la chaleur car, en réalité, celle-ci n'est pas seulement concentrée dans le milieu que nous avions perturbé du fait de la bonne conductivité thermique du cuivre formant les conducteurs du câble coaxial. Néanmoins, le temps de propagation de la chaleur est très bref et le régime permanent est très rapidement établi.

Le problème ne se pose point dans le cas où la longueur de l'imperfection thermique est très faible devant la longueur totale du câble coaxial. Seulement, dés que cette approximation devient erronée, la méthode indirecte de mesure de température devient non représentative.

Néanmoins, la méthode pourrait s'appliquer à d'autres types de lignes de transmission: lignes microrubans également, guides d'ondes rectangulaires, circulaires ou elliptiques.

Grâce à cette nouvelle application de mesure de température, nous mettons au point, par le biais d'une mesure directe de l'attenuation que subit le câble coaxial lors de son introduction partielle dans un milieu ou la température est simplement une fonction en crénau, un nouveau type de capteur de température.

Conclusion Générale et Perspectives

L'étude de la propagation d'ondes électromagnétiques en milieu thermiquement variable a conduit à proposer un nouveau capteur de température. Il est ainsi possible de mesurer la température ou du moins les fluctuations de température qui pourraient se manifester dans un quelconque milieu où l'implantation d'un capteur de température s'avère impossible, alors qu'un faisceau coaxial de traitement de signal passe dans le milieu.

Ce capteur présente la particularité d'autoriser une mesure rapide de la température en raison de la fréquence porteuse assez élevée utilisée et de faible inertie thermique du cuivre constituant l'ensemble des conducteurs interne et externe du câble coaxial. De plus la linéarite de la courbe température-atténuation en (dB) mesurée permet un étalonnage commode du dispositif de mesure.

Cependant, une limitation existe, en terme de sensibilité à cause, d'une part, des appareils de mesure, et d'autre part, à cause de la méthode de modélisation.

Notons que la mise en oeuvre informatique est beaucoup plus legère que PSpice.

Au prix de la mise en oeuvre de moyens informatiques beaucoup plus lourds, pour une analyse multidimensionnelle, il semble que la méthode proposée autoriserait une analyse complète du mode de fonctionnement des câbles multibrins utilisés dans des applications de recherche pétrolière, en milieu à gradient de température.

BIBLIOGRAPHIE

Références Bibliographiques

[1] C. VASSALO, **Théorie des Guides d'Ondes Electromagnétiques**, tome 1, Eyrolles, 1985.

[2] Fred E. GARDIOL, **Lossy Transmission Lines**, Library of Congress Cataloging-in-Publication Data, 1987.

[3] J. KERGOMARD, " **Propagation des Ondes dans les Lignes Finies: Discussion des Notions d'Ondes Evanescentes et de Fréquence de Coupure**", Revue de Physique Appliquée, Vol.17, fascicule n°5, pp. 307-327, mai 1982.

[4] R.L. WIGINGTON and N.S. NAHMAN, " **Transient Analysis of Coaxial Cables Considering Skin Effect**", Proc. of the IRE, pp. 166-174, Feb. 1957.

[5] Norris S. NAHMAN and Donald R. HOLT, " **Transient Analysis of Coaxial Cables Using the Skin Effect Approximation** $A+B\sqrt{s}$ ", IEEE Transactions on Circuit Theory, Vol.19, NO. 5, pp. 443-451, Sept. 1972.

[6] V.D. LAPTSEV and Yu. I. CHERNUKHIN, " **Approximation of the Frequency Dependence of the Primary Parameters of a Coaxial Cable** ", Radiotekhnika, NO. 12, pp. 67-68, 1989.

[7] " **Pspice Technical Reference** ", MicroSim Corporation, 1989.

[8] Paul W. TUINENGA, " **SPICE, A Guide to Circuit Simulation and Analysis Using PSpice** ", MicroSim Corporation, Prentice Hall, 1988.

[9] C. M. HEBBERT, " **The Transmission Characteristics of Toll Telephone Cables at Carrier Frequencies** ", Bell System Technical Journal, pp. 203-212, July 1941.

[10] Pierre M. PRACHE, " **Influence des Variations de Température sur l'Affaiblissement des Circuits de Télécommunication en Câbles Enterrés** ", Câbles et Transmission, pp. 185-204, Octobre 1947.

[11] John D. KRAUS, **Electromagnetics**, McGraw-Hill, Third Edition, 1973.

[12] P.M. PRACHE, H. JANNES, M. TROUBLE et G. CLAVAUD, **Cours de Lignes à Grande Distance**, Edition Eyrolles, 1974.

[13] E. J. MURPHY and S. O. MORGAN, " **The Dielectric Properties of Insulating Materials** ", Bell System Technical Journal, pp. 214-216, October 1937 and October 1938.

[14] C. R. BREWITT-TAYLOR and P. B. JOHNS, " **On the Construction and Numerical solution of transmission-Line and Lumped Networks Models of Maxwell's Equations** ", International Journal of Numerical Methods Engineering, Vol. 122, pp. 13-30, 1980.

[15] P. B. JOHNS and R. L. BEURLE, " **Numerical Solution of Two Dimensional Scattering Problems Using a Transmission Line Matrix** ", Proc. Inst. Elec. Eng., Vol.118, NO. 9, pp. 1203-1208, Nov. 1971.

[16] R. W. HAMMING, **Numerical Methods for Scientists and Engineers**, McGraw-Hill, Second Edition, 1962.

[17] Hatem MOKHTARI, Maher CHARFI, Catherine and André TOSSER-ROUSSEY, " **An Analytical Calculation of the Primary Parameters of the Coaxial Cable in a Linear Temperature Gradient Using the Skin Effect Approximations** ", AMSE Int. Conf. "Signals, Data & Systems", Tunisia, Nov. 11-13, 1991.

[18] Hatem MOKHTARI, Maher CHARFI, Catherine and André TOSSER-ROUSSEY, " **Modelization of the Propagation of the TEM Coaxial Mode in a Linear Temperature Gradient Using the Finite Difference Method and a PSpice Simulation Program Model Considering the High Frequency Range** ", AEC'91, Dec. 21-24, 1991 (Cairo).

[19] Fred. GARDIOL, **Hyperfréquences**, Dunod, 1987.

[20] R. PETIT, **Ondes Electromagnétiques en Radioélectricité et en Optique**, Edition Masson, 1989.

[21] M. V. K. CHARI and P. P. SILVESTER, **Finite Elements in Electrical and Magnetic Field Problems**, John Wiley & Sons, 1980.

[22] O. C. ZIENKIEWICZ, R. W. LEWIS and K. G. STAGG, **Numerical Methods in Offshore Engineering**, John Wiley & Sons, 1981.

[23] A. ANGOT, " **Compléments de Mathématiques à l'usage des ingénieurs en Télécommunication** ", Masson, Sixième Edition, 1982.

[24] N.R.S. SIMONS and E. BRIDGES, " **Equivalence of Propagation Characteristics of the Transmission-Line Matrix and Finite-Difference Time-Domain Methods in Two Dimension** ", IEEE Trans. on MTT, Vol.39, NO.2, pp. 354-357, Feb. 1991.

[25] LLOYD N. TREFETHEN, " **Group Velocity in Finite Difference Schemes** ", SIAM REVIEW, Vol. 24, NO. 2, pp. 113-135, April 1982.

[26] Hatem. MOKHTARI, Alain. NYECK, Catherine. and André. TOSSER-ROUSSEY, " **Finite Difference Method and PSpice Simulation Applied to the Coaxial Cable in a Linear Temperature Gradient** ", IEE Proceedings , Nov. 1991.

[27] A. BAMBERGER, G. CHAVENT and P. LAILLY, " **Etudes de Schémas Numériques pour les Equations de l'élastodynamique linéaire** ", Res. Rep. 41, INRIA, France.

[28] G. BROWNING, H. O. KREISS and J. OLIGER, " **Mesh Refinement** ", Math. Comp., 27 (1973), pp. 29-39.

[29] CLAYTON R. PAUL, " **Computation of Crosstalk in a Multiconductor Transmission Line** ", IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. EMC-23, NO. 4, pp. 352-358, November 1981.

[30] CLAYTON R. PAUL, " **Solution of the Transmission-Line Equations for Three-Conductor Lines in Homogeneous Media** ", IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. EMC-20, pp. 216-222, February 1978.

[31] F. B. LIVINGSTON, **Conductance in Telephone Cables**, Bell Laboratories Records, December 1937.

[32] P. M. PRACHE, **Théorie Elementaire de la Propagation Guidée des Ondes Electromagnétiques Guidées**, Annales des Télécommunnications, Juillet 1946.

[33] J. R. WAIT," **Quasi-Static Limit for the Propagating Mode Along a Thin Wire in a Circular Tunnel** " , IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. AP-25, NO. 3, pp. 441-443, 1977.

[34] J. R. WAIT, " **Theory of Transmission of Electromagnetic Waves Along Multi-Conductor Lines in the Proximity of Walls of Mine Tunnels** ", The Radio and Electronic Engineer, Vol. 45, NO. 5, pp. 229-232, May 1975 (London).

[35] Hatem MOKHTARI, C. and A. TOSSER-ROUSSEY, " **Computation of the Axial Electric Field for the Propagating Mode Along a Thin Wire in a Circular Tunnel Using an Approximate Solution for the Derived Bessel Functions in the Case of Finite Shield Conductivity and Permeability** ", 8th International Conference on CAD/CAM, August 1992, Metz (France).

[36] A. NIETO , F. PAUL , **Mesure des Températures**, Paris, Editions Radio, 1975.

[37] L. E. ROEMER, C. S. CHEN, and M. S. HOSTETLER, " **Cepstral Processing Using Spread Spectra for Cable Diagnostics** ", IEEE Trans. Instrum. Meas., Vol. IM-30, pp. 31-37, Mar. 1981.

[38] R. J. MOFFAT, " **Gas Temperature Measurements: Direct Design of Radiation Shielding** ", I. S. A. Trans., 20, p. 91, 1981.

[39] C. J. BORKOWSKI, T. V. BLALOCK, " **A new Method of Johnson Noise Thermometry for Absolute Temperature Measurements** ", Review of Science and Instrumentation, Vol. 45, p. 151, 1974.

[40] M. DUTT and T. STICKENEY, " **Conduction Error in Temperature Sensors** ", I. S. A. Transactions, Vol. 9, pp. 81-86, 1970.

[41] B. BENSON, D. KRAUSE, " **Use of the Quartz Crystal Thermometer for Absolute Temperature Measurements** ", Review of Science and Instrumentation, Vol. 45, p. 1499, 1974.

[42] J. M. DIAMOND, " **Linearization of Resistance Thermometers and Other Transducers** ", Review of Science and Instrumentation, Vol. 45, p. 151, 1974.

[43] HAROLD J. HOGE, " **Comparison of Circuits for Linearizing the Temperature Indications of Thermistors** ", Review of Science and Instrumentation,Vol. 50, NO. 3, pp.316-320, March1979.

[44] S. HUARD, " **Capteur Binaire de Température à Fibre Optique** ", Science Technique Technologie N° 16, 1991.

[45] MASANOBU SHIMIZU, MASASHI SHIMOISHIZAKA, SUSUMU YOSHIDA, " **Radiometric Temperature Measurement Using Infrared Optical Fibers** ", 7th ECOC (1981) 161-164.

[46] G. ASCH, **Les Capteurs en Instrumentation Industrielle**, Dunod, 1982.

[47] P.F. GALE, " **Cable Fault Location by Impulse-Current Method** ", Proc. Inst. Elec. Eng., Vol. 122, NO. 4, pp. 403-408, Apr. 1975.

[48] R. PINTELON and L. VAN BIESEN, " **Identification of Transfer Function with Time Delay and Its Application to Cable Fault Location** ", IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 39, NO. 3, pp. 479-484, June 1990.

[49] L. P. VAN BIESEN, J. RENNEBOOG, and A. R. F. BAREL, " **High Accuracy Location of Faults on Electrical Lines Using Digital Processing of Sampled Data Records from a Reflectogram** ", in Conf. Record IEEE Instrumentation and Measurement Tech. Conf., Washington, DC, Apr. 25-27, pp. 462-466, 1989.

[50] Hatem MOKHTARI, A. NYECK, C. and A. TOSSER-ROUSSEY, " **Thermal Fault Temperature Measurements Along a Coaxial Cable Using the Finite Difference Method Applied to the Electromagnetic Wave Propagation Equation** ", soumis à IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement.

ANNEXES

ANNEXE. A1

Soit à simuler le circuit RC série dans le domaine temporelle ou fréquenciel. Le circuit de commande que nous appelerons **FILTRE.CIR**, par exemple, s'écrit de la manière suivante:

FILTRE PASSE-BAS 1° ORDRE
Ventree 1 0 ac 3.0volt
Rentree 1 0 1.0G
R1 1 2 4.7k
C1 2 0 10nF
. PROBE
. AC 50 DEC 10k 1MEG
. END

Explications:

-La première ligne contenant " FILTRE PASSE-BAS 1° ORDRE " représente le titre ou le nom du circuit.

-La deuxième ligne représente la tension d'entrée, commençant par la lettre V, entre le noeud fictif **1** et le **0**. Ce dernier est toujours pris comme étant le noeud représentant la **masse du circuit.**

La troisième ligne représente une résistance, commençant par la lettre R, entre 1 et 0 pour que le noeud 1 ne reste pas flottant. Cette résistance, de valeur très grande (1.0 GOhms), est necessaire pour le simulateur PSpice, et à défaut de l'écriture de la 3° ligne, l'erreur suivante est automatiquement écrite dans le fichier **FILTRE.OUT** :

......
Ventree 1 0 ac 3.0volt
$ Floating Node
R1 1 2 4.7k
....

La quatrième ligne représente la description de la resistance R (notée R1 dans le texte FILTRE.CIR) du circuit RC branché en filtre passe bas, celle-ci vient s'entrecaler, dans le circuit fictif, entre les noeuds **1** et **2.** Sa valeur numérique, ainsi représentée dans le fichier, est de 4.7 kilo Ohms.

La cinquième ligne représente tout simplement la capacité C (notée C1) du circuit RC entre le noeud 2 et la masse, ayant pour valeur numérique 10 nF comme dans le fichier FILTRE.CIR .

La sixième ligne contient la " Sonde ", c'est une commande qui doit **impérativement commencer par un point (. PROBE).** Sans elle le circuit peut être simulé mais aucune grandeur ne peut être **visualisée.**

La septième ligne signifie que **l'analyse** à effectuer est **fréquentielle** et que le domaine exploité, dans cette exemple, concerne les fréquences de **10 kHz à 1 MHz en 50 Points par Décade.**

La dernière ligne est la fin du circuit où le point avant l'instruction END est aussi impératif à écrire que pour le PROBE.

Le circuit, les analyses ainsi que les domaines d'analyses sont définis, la " compilation " ou la simulation s'effectue par la commande:

PSPICE FILTRE (sans pour autant spécifier l'extension .CIR),
Le simulateur crée alors, comme cité précedemment, le fichier FILTRE.OUT qui contiendra les éléments suivant:

```
FILTRE PASSE-BAS 1° ORDRE

***  CIRCUIT DESCRIPTION
****************************************************************
******
Ventree  1  0  ac  3.0Volt
Rentree  1  0  1.0G
R1  1  2  4.7k
C1  2  0  10nF
. PROBE
. AC  DEC  50  10k  1Meg
. END

****************************************************************
******
FILTRE PASSE-BAS 1° ORDRE
**** SMALL SIGNAL BIAS SOLUTION    TEMPERATURE=27
DEG C
****************************************************************
******
```

```
NODE      VOLTAGE      NODE      VOLTAGE
(    1)   0.0000       (    2)   0.0000

VOLTAGE SOURCE CURRENTS
NAME              CURRENT
Ventree             0.000E+00
TOTAL POWER DISSIPATION        0.000E+00      WATTS

JOB CONCLUDED
TOTAL JOB TIME    4.11
```

La commande qui permet de visualiser toute grandeur électrique est tout simplement:

PROBE

Ainsi, sur l'écran apparaitera le menu contenant, en XY, le domaine fréquentiel demandé (i.e: de 10kHz à1MHz) en abscisse, et la grandeur électrique (tension ou courant) en ordonnée.

Pour connaître la réponse en fréquence du circuit RC ainsi défini, par exemple, il suffit de demander le gain V(2)/V(1) en suivant les instructions affiché par le menu une fois la commande PROBE est executée par le simulateur.

Le simulateur PSpice, par la commande .PROBE existant dans le fichier initial FILTRE.CIR, permet de visualiser le gain en fonction de la fréquence (dans le domaine fréquentielle préalablement cité).

Le déphasage entre l'entrée et la sortie est obtenu par VP(2,1)(Voltage Phase.

Telles sont les principales étapes de création de fichiers de commande ou FICHIER_CIRCUIT **NomFichier.CIR**, de fichier de SORTIE **Nomfichier.OUT** ainsi que le fichier contenant les données **DONNEES.DAT.** Dans tout ce qui suivra, pour les simulations PSpice, nous adopterons des notations similaires concernant les fichiers de commande, de sortie ainsi que les fichiers de données.

```
/*****************************************************************/
/* Programme de Generation Automatique de Fichier Source .CIR */
/*
/*   pour une Simulation PSPICE de l'Attenuation de la Tension    */
/*
```

```
/*   par un Cable Coaxial Soumis a un Gradient de Temperature    */
/*
/*   Lineair en Fonction de la Profondeur du Câble               */
/*
/****************************************************************/

/*
Le Programme Lit la Valeur de la Resistance dans un fichier de
donnees .DAT, cree a partir d un fichier source .C et l introduit dans
un fichier source .CIR
*/

#include  "stdio.h"
#define    NbCelMax       100

float   rt[1000];
main()
{
/* definition des variables */
int      i, j, node, length_file, nb_cell;
char     *header1="*\tAUTOMATIC GENERATION OF SPICE.CIR\t*";
char     *header2=".PROBE";
char     *header3=".OPTIONS RELTOL=0.0001 ITL5=0 NUMDGT=9";

char     *com="*";

char     *footer10="VIN 1 0 SIN(0 ";
char     *footer11="K) AC 10V";
char     *footer2="RIN 1 0 1G";
char     *footer4=".END";
char     c, ch, titre[80];
char     file_rd[80], file_wr[80];
float    rtini, rout, induct, capa, rp;
int      flow, fhigh;

FILE     *infile;
FILE     *outfile;

       printf("\ntitre de la courbe : ");
       i=0;
       while ((c=getchar()) != '\n')  titre[i++] = c;
       titre[i] = '\0';

       printf("\nvaleur Freq basse SPICE (kHz) : ");
       scanf("%d", &flow);
       printf("\nvaleur Freq haute SPICE (kHz) : ");
```

```
    scanf("%d", &fhigh);
    printf("\nvaleur Rout (kOhm) : ");
    scanf("%f", &rout);
    printf("\ninput file name : ");
    scanf("%s", file_rd);
    printf("\noutput file name : ");
    scanf("%s", file_wr);
    infile = fopen(file_rd, "rb" );
    j=0;
    do
    {
        fscanf(infile, "%f", &rt[j]);
        j++;
    }
  while (j < NbCelMax);

    length_file=j;
    nb_cell=j;

    fclose(infile);

    printf("\nfini de lire... ");

    outfile = fopen(file_wr, "w");
    for (i=0; titre[i] != '\0'; i++)
    fprintf(outfile, "%c", titre[i]);
    fprintf(outfile, "\n%s\n", header1);
    fprintf(outfile, "%s\n", header2);
    fprintf(outfile, "%s\n", header3);
    fprintf(outfile, ".AC DEC 10 %dK %dK\n", flow, fhigh);
    fprintf(outfile, "%s\n", com);
    fprintf(outfile, "%s\t%d cellules \t%s\n", com, nb_cell-1, com);

    printf("\nfini de ecrire les headers...");

    j=1;
    printf("\nnb_cell = %d", nb_cell-1);
    for (i=1; i<nb_cell;i++)
    {
        fprintf(outfile, "R%d %d %d %.3f\n", i, j, j+1, rt[i-1]);
        fprintf(outfile, "L%d %d %d 5.6UH\n", i, j+1, 2+j);
        fprintf(outfile, "C%d %d 0 0.12NF\n", i, j+2);
        j += 2;
    }
    printf("\nfini de ecrire les macros...");
    fprintf(outfile, "%s\n", com);
```

```
    fprintf(outfile, "%s%d%s\n", footer10, (flow+fhigh)/2, footer11);
    fprintf(outfile, "%s\n", footer2);
    fprintf(outfile, "ROUT %d 0 %.4fK\n", 2*i-1, rout);
    fprintf(outfile, "%s\n", com);
    fprintf(outfile, "%s", footer4);
    fclose(outfile);
}
```

ANNEXE. A2.

```
/*****************************************************************/
/*                                                               */
/* Programme de Calcul de la Résistance en Fonction de Z pour la */
/* faire entrer comme Paramètre dans le fichier .CIR             */
/*                                                               */
/*****************************************************************/

#include "stdio.h"
#include "math.h"

#define MaxLength     1000     /* Longueur de 1000 m */
#define DeltaZ        1        /* pas de discretisation */
#define A             36e-3    /* Rés. à 20°C ambiante*/
#define B             1.1e-4   /* Coeff. de proportionnalité*/

FILE *fich;

main()
{
    int     i;
    float Rn();
    if ((fich=fopen("DATA.C","w")) == NULL)
        {
            printf("Ouverture de <DATA.C> impossible \n");
            exit(0);
        }

    for (i=0; i<=MaxLength; ++i)
        fprintf(fich,"%e\n", Rn(i*DeltaZ));
}

float Rn(int    Z)
{
    float r;
    r=A+B*Z;
    return(r);
}
```

ANNEXE. A3.

Modele PSpice @ 60kHz et 1000m de Longueur

```
*    GENERATION AUTOMATIQUE DU FICHIER BASSES.CIR
     *
.PROBE
.OPTIONS RELTOL=0.0001 ITL5=0 NUMDGT=9
.AC DEC 100 10K 100K
*
R1 1 2 0.036000
L1 2 3 0.25UH
C1 3 0 0.10NF
R2 3 4 0.036110
L2 4 5 0.25UH
C2 5 0 0.10NF
R3 5 6 0.036220
L3 6 7 0.25UH
C3 7 0 0.10NF
R4 7 8 0.036330
L4 8 9 0.25UH
C4 9 0 0.10NF
R5 9 10 0.036440
L5 10 11 0.25UH
C5 11 0 0.10NF
R6 11 12 0.036550
L6 12 13 0.25UH
C6 13 0 0.10NF
R7 13 14 0.036660
L7 14 15 0.25UH
C7 15 0 0.10NF
R8 15 16 0.036770
L8 16 17 0.25UH
C8 17 0 0.10NF
R9 17 18 0.036880
L9 18 19 0.25UH
C9 19 0 0.10NF
R10 19 20 0.036990
L10 20 21 0.25UH
C10 21 0 0.10NF
R11 21 22 0.037100
L11 22 23 0.25UH
C11 23 0 0.10NF
R12 23 24 0.037210
L12 24 25 0.25UH
C12 25 0 0.10NF
R13 25 26 0.037320
```

L13	26	27	0.25UH
C13	27	0	0.10NF
R14	27	28	0.037430
L14	28	29	0.25UH
C14	29	0	0.10NF
R15	29	30	0.037540
L15	30	31	0.25UH
C15	31	0	0.10NF
R16	31	32	0.037650
L16	32	33	0.25UH
C16	33	0	0.10NF
R17	33	34	0.037760
L17	34	35	0.25UH
C17	35	0	0.10NF
R18	35	36	0.037870
L18	36	37	0.25UH
C18	37	0	0.10NF
R19	37	38	0.037980
L19	38	39	0.25UH
C19	39	0	0.10NF
R20	39	40	0.038090
L20	40	41	0.25UH
C20	41	0	0.10NF
R21	41	42	0.038200
L21	42	43	0.25UH
C21	43	0	0.10NF
R22	43	44	0.038310
L22	44	45	0.25UH
C22	45	0	0.10NF
R23	45	46	0.038420
L23	46	47	0.25UH
C23	47	0	0.10NF
R24	47	48	0.038530
L24	48	49	0.25UH
C24	49	0	0.10NF
R25	49	50	0.038640
L25	50	51	0.25UH
C25	51	0	0.10NF
R26	51	52	0.038750
L26	52	53	0.25UH
C26	53	0	0.10NF
R27	53	54	0.038860
L27	54	55	0.25UH
C27	55	0	0.10NF
R28	55	56	0.038970
L28	56	57	0.25UH

C28 57 0 0.10NF
R29 57 58 0.039080
L29 58 59 0.25UH
C29 59 0 0.10NF
R30 59 60 0.039190
L30 60 61 0.25UH
C30 61 0 0.10NF
R31 61 62 0.039300
L31 62 63 0.25UH
C31 63 0 0.10NF
R32 63 64 0.039410
L32 64 65 0.25UH
C32 65 0 0.10NF
R33 65 66 0.039520
L33 66 67 0.25UH
C33 67 0 0.10NF
R34 67 68 0.039630
L34 68 69 0.25UH
C34 69 0 0.10NF
R35 69 70 0.039740
L35 70 71 0.25UH
C35 71 0 0.10NF
R36 71 72 0.039850
L36 72 73 0.25UH
C36 73 0 0.10NF
R37 73 74 0.039960
L37 74 75 0.25UH
C37 75 0 0.10NF
R38 75 76 0.040070
L38 76 77 0.25UH
C38 77 0 0.10NF
R39 77 78 0.040180
L39 78 79 0.25UH
C39 79 0 0.10NF
R40 79 80 0.040290
L40 80 81 0.25UH
C40 81 0 0.10NF
R41 81 82 0.040400
L41 82 83 0.25UH
C41 83 0 0.10NF
R42 83 84 0.040510
L42 84 85 0.25UH
C42 85 0 0.10NF
R43 85 86 0.040620
L43 86 87 0.25UH
C43 87 0 0.10NF

R44	87	88	0.040730
L44	88	89	0.25UH
C44	89	0	0.10NF
R45	89	90	0.040840
L45	90	91	0.25UH
C45	91	0	0.10NF
R46	91	92	0.040950
L46	92	93	0.25UH
C46	93	0	0.10NF
R47	93	94	0.041060
L47	94	95	0.25UH
C47	95	0	0.10NF
R48	95	96	0.041170
L48	96	97	0.25UH
C48	97	0	0.10NF
R49	97	98	0.041280
L49	98	99	0.25UH
C49	99	0	0.10NF
R50	99	100	0.041390
L50	100	101	0.25UH
C50	101	0	0.10NF
R51	101	102	0.041500
L51	102	103	0.25UH
C51	103	0	0.10NF
R52	103	104	0.041610
L52	104	105	0.25UH
C52	105	0	0.10NF
R53	105	106	0.041720
L53	106	107	0.25UH
C53	107	0	0.10NF
R54	107	108	0.041830
L54	108	109	0.25UH
C54	109	0	0.10NF
R55	109	110	0.041940
L55	110	111	0.25UH
C55	111	0	0.10NF
R56	111	112	0.042050
L56	112	113	0.25UH
C56	113	0	0.10NF
R57	113	114	0.042160
L57	114	115	0.25UH
C57	115	0	0.10NF
R58	115	116	0.042270
L58	116	117	0.25UH
C58	117	0	0.10NF
R59	117	118	0.042380

```
L59   118   119   0.25UH
C59   119   0   0.10NF
R60   119   120   0.042490
L60   120   121   0.25UH
C60   121   0   0.10NF
R61   121   122   0.042600
L61   122   123   0.25UH
C61   123   0   0.10NF
R62   123   124   0.042710
L62   124   125   0.25UH
C62   125   0   0.10NF
R63   125   126   0.042820
L63   126   127   0.25UH
C63   127   0   0.10NF
R64   127   128   0.042930
L64   128   129   0.25UH
C64   129   0   0.10NF
R65   129   130   0.043040
L65   130   131   0.25UH
C65   131   0   0.10NF
R66   131   132   0.043150
L66   132   133   0.25UH
C66   133   0   0.10NF
R67   133   134   0.043260
L67   134   135   0.25UH
C67   135   0   0.10NF
R68   135   136   0.043370
L68   136   137   0.25UH
C68   137   0   0.10NF
R69   137   138   0.043480
L69   138   139   0.25UH
C69   139   0   0.10NF
R70   139   140   0.043590
L70   140   141   0.25UH
C70   141   0   0.10NF
R71   141   142   0.043700
L71   142   143   0.25UH
C71   143   0   0.10NF
R72   143   144   0.043810
L72   144   145   0.25UH
C72   145   0   0.10NF
R73   145   146   0.043920
L73   146   147   0.25UH
C73   147   0   0.10NF
R74   147   148   0.044030
L74   148   149   0.25UH
```

```
C74   149   0   0.10NF
R75    149    150    0.044140
L75   150    151    0.25UH
C75   151   0   0.10NF
R76    151    152    0.044250
L76   152    153    0.25UH
C76   153   0   0.10NF
R77    153    154    0.044360
L77   154    155    0.25UH
C77   155   0   0.10NF
R78    155    156    0.044470
L78   156    157    0.25UH
C78   157   0   0.10NF
R79    157    158    0.044580
L79   158    159    0.25UH
C79   159   0   0.10NF
R80    159    160    0.044690
L80   160    161    0.25UH
C80   161   0   0.10NF
R81    161    162    0.044800
L81   162    163    0.25UH
C81   163   0   0.10NF
R82    163    164    0.044910
L82   164    165    0.25UH
C82   165   0   0.10NF
R83    165    166    0.045020
L83   166    167    0.25UH
C83   167   0   0.10NF
R84    167    168    0.045130
L84   168    169    0.25UH
C84   169   0   0.10NF
R85    169    170    0.045240
L85   170    171    0.25UH
C85   171   0   0.10NF
R86    171    172    0.045350
L86   172    173    0.25UH
C86   173   0   0.10NF
R87    173    174    0.045460
L87   174    175    0.25UH
C87   175   0   0.10NF
R88    175    176    0.045570
L88   176    177    0.25UH
C88   177   0   0.10NF
R89    177    178    0.045680
L89   178    179    0.25UH
C89   179   0   0.10NF
```

```
R90   179   180   0.045790
L90   180   181   0.25UH
C90   181   0   0.10NF
R91   181   182   0.045900
L91   182   183   0.25UH
C91   183   0   0.10NF
R92   183   184   0.046010
L92   184   185   0.25UH
C92   185   0   0.10NF
R93   185   186   0.046120
L93   186   187   0.25UH
C93   187   0   0.10NF
R94   187   188   0.046230
L94   188   189   0.25UH
C94   189   0   0.10NF
R95   189   190   0.046340
L95   190   191   0.25UH
C95   191   0   0.10NF
R96   191   192   0.046450
L96   192   193   0.25UH
C96   193   0   0.10NF
R97   193   194   0.046560
L97   194   195   0.25UH
C97   195   0   0.10NF
R98   195   196   0.046670
L98   196   197   0.25UH
C98   197   0   0.10NF
R99   197   198   0.046780
L99   198   199   0.25UH
C99   199   0   0.10NF
*
VIN  1  0  SIN(0  60K)  AC  10V
RIN  1  0  1G
ROUT  199  0  0.5000K
*
.END
```

ANNEXE. A4

```
/************************************************************/
/*                                                          */
/* Programme de Calcul de la Resistance et de l'Inductance */
/*                                                          */
/* pour les Hautes Fréquences pour le Gradient Linéaire de */
/*                                                          */
/*  Température.                                            */
/*                                                          */
/************************************************************/

#include "stdio.h"
#include "math.h"

#define  MaxLength      100
#define   DeltaZ            1
#define  a              5e-4
#define  b              1.735e-3
#define  ki                 1.1e-4
#define   PI                3.1415927
#define  Rho            1.6666e-7 /* Résistivité du Cuivre */
#define  Mu                 PI*4e-7    /* Perméabilité
Magnétique du Vide */
#define  freq           1e6
double          frequency=freq;

/*
Fichiers de Stockage ds Valeurs de la Résistance et de l'Inductance
*/

FILE *fich1, *fich2;

main()
{
      int              i;

      double    R(), Rn(); /*Valeurs données en double précision*/

      double   L(), Ln(); /* Valeurs données en double précision */

      double F(), G(), Deltai();

if ((fich1=fopen("DATA_RESISTANCE_HF.C","w")) == NULL)
{
printf("Ouverture de <DATA_RESISTANCE_HF.C> impossible \n");
```

```
exit(0);
}

if ((fich2=fopen("DATA_INDUCTANCE_HF.C","w")) == NULL)
{
printf("Ouverture de <DATA_INDUCTANCE_HF.C> impossible \n");
exit(0);
}

            do
            {
                  for (i=0; i<=MaxLength-1; ++i)
                  fprintf(fich1,"%e\n", (double)Rn(i*DeltaZ));
                  fprintf(fich2,"%e\n", (double)Ln(i*DeltaZ));
                  frequency += freq;
            }
            while( frequency <= 5e6);
            fclose(fich1);
            fclose(fich2);
}

/*      Bloc des Déclarations des Fonctions issues des Equations du
Modèle de Hautes Fréquences      */

double     R(float     Z)
{
      double     r;

      /* Résistance Cond. Interne */

      r   =  (1/(3*PI*ki*a))*sqrt(Mu*Rho*(double)frequency/PI);

      /* Résistance s'ajoute à celle du conducteur Externe */

      r  +=  (1/(3*PI*ki*b))*sqrt(Mu*Rho*(double)frequency/PI);
      r *= pow(1+ki*Z,3/2)-1;
      return(r);
}

double  Rn(float Z)
{
      double  p;
      p=(double)R(Z+DeltaZ)-(double)R(Z);
      return(p);
}
```

```
double Deltai(float    Z)
{
      double d;
      d = sqrt(Rho/(PI*Mu*frequency));
      return(d);
}

double F(float   Z)
{
      double     u;
      u = (1-Deltai(Z)/a)*log(1-Deltai(Z)/a);
      return(u);
}

double G(float   Z)
{
      double     u;
      u = (1+Deltai(Z)/b)*log(1+Deltai(Z)/b);
      return(u);
}

double L(float Z)
{
double     t;
t = (Mu/(4*PI*a))*(Z-(2*a*a/ki)*(F(Z)-F(0))/(Deltai(0)*Deltai(0)));
t += (Mu/(4*PI*b))*(Z-(2*b*b/ki)*(G(Z)-G(0))/(Deltai(0)*Deltai(0)));
t += ((DeltaZ*Mu)/2*PI)*log(b/a);
return(t);
}

double Ln(float Z)
{
      double p;
      p=(double)L(Z+DeltaZ)-(double)L(Z);
      return(p);
}
```

ANNEXE, A5

```
/*****************************************************************/
/*   Programme de Calcul de l'Attenuation et de la Phase        */
/*                                                               */
/*   en fonction de la fréquence pour une Longueur de Câble     */
/*                                                               */
/*   Coaxial Donnée.                                             */
/*                                                               */
/*****************************************************************/

#include  "stdio.h"
#include  "math.h"

#define     M_2PI          6.283185307
#define          L              56e-7       /* 0.56e-7 H/m   */
#define        C          12e-11            /* 12e-11 F/m */
#define          LC                         L*C
#define          freq           1e+6
#define          a              468e-4      /* 468e-4 Ohm/m    */
#define          b     8e-5                /* 8e-5 Ohm/m/°C */
#define          deltaX                     1
#define          deltaX2                    deltaX*deltaX
#define          Long_Cable                 500
#define          Gl                         0.02
#define          Pas                       100e03

main()
{
double          C_deltaX2, Gl_deltaX, Gl_L_deltaX;
double          LC_deltaX2, a_bn_deltaX;
int             i , j, k, N, NbrElts;
double          Module, Gain=1, Phase,
                Phi, Frequency=freq, Attenuation;
double          A1, A1_2, B1, B1_2, C1, C1_2, D1, D1_2;
double          Omega, Omega2;
FILE            *fich1,*fich2;


        if ((fich1=fopen("ATTENUATION.C","w")) == NULL)
        {
                printf("Ouverture de <ATTENUATION.C> impossible \n");
                exit(0);
        }

        if ((fich2=fopen("PHASE.C","w")) == NULL)
```

```
{
    printf("Ouverture de <PHASE.C> impossible \n");
    exit(0);
}

NbrElts = (int)Long_Cable/(double)deltaX;
C_deltaX2 = (double)C*deltaX2;
Gl_deltaX = (double)Gl*deltaX;
Gl_L_deltaX = (double)L*Gl_deltaX;
LC_deltaX2 = (double)LC*deltaX2;
do
{
    Omega = (double)M_2PI*Frequency;
    Omega2 = Omega*Omega;
    Gain = 1.0;
    Phase = 0.0;
    A1 = 1+LC_deltaX2*Omega2;
    D1 = Gl_L_deltaX*Omega;
    A1_2 = A1*A1;
    D1_2 = D1*D1;
    for (N=NbrElts; N>0; N--)
    {
        a_bn_deltaX = a+b*(N-1)*deltaX;
        B1 = -C_deltaX2*Omega*a_bn_deltaX;
        C1 = 1+Gl_deltaX*a_bn_deltaX;
        B1_2 = B1*B1;
        C1_2 = C1*C1;
        Module = (A1_2+B1_2)/(C1_2+D1_2);
        Module = sqrt(Module);
        Phi = atan((B1*C1-A1*D1)/(A1*C1+B1*D1));
        Phase += Phi;
        Gain *= Module;
    }
Attenuation = -20*log10(Gain);
fprintf(fich1,"%e (kHz)    %e   (dB)\n",Frequency/1000,Attenuation);
Phase *= 360/(double)M_2PI;
fprintf(fich2,"%e       (kHz)       %e    (°)\n",Frequency/1000,Phase);

printf("Freq. = %e (kHz)   Phase = %e (°)    Attenuation = %e
(dB)\n",Frequency/1000,Phase,Attenuation);
Frequency += Pas;
}
while (Frequency <= 3000e3);
fclose(fich1);
fclose(fich2);
}
```

ANNEXE, A6

```
/*****************************************************************
   Programme de Calcul de la Temperature du Defaut en Ligne

   Utilisant la Methode des Differences Finies pour une Valeur

   d'une Attenuation Mesuree pour une Longueur de 100m

*****************************************************************/
#define    M_2PI      6.2831853
#define         L          0.25e-6      /* 0.25 µH/m  */
#define    C          1e-10          /* 10pF/m */
#define         LC         L*C
#define         freq       80e03
#define         a          36e-3        /* 36Ω/km  */
#define         b          1.1e-4
#define         deltaX          1e0
#define         deltaX2         deltaX*deltaX
#define         Long_Cable      100
#define         Omega           M_2PI*freq
#define         Omega2          Omega*Omega
#define         Gl         0.02
#define         GainMes         1.0   /* issue de la valeur
                                              mesurée   */
#define         Longueur1       90
#define         coef       240.0
#define         TempAmb         20e0

#include  "stdio.h"
#include  "math.h"

main()
{
double          C_deltaX2, Gl_deltaX, Gl_L_deltaX;
double          C2_deltaX2, LC_deltaX2, a_bn_deltaX;
int             i , j, k, N, NbrM, NbrElts;
double          x1, x2, x3, x4, Module, Gain=1.0, Phase;
double          A1, A1_2, B1, B1_2, C1, C1_2, D1, D1_2;
double          Rx, Delta, Temperature;

      NbrElts = (int)Long_Cable/(double)deltaX;
      NbrM = 1+(int)Longueur1/(double)deltaX;
      C_deltaX2 = (double)C*deltaX2;
      Gl_deltaX = (double)Gl*deltaX;
      Gl_L_deltaX = (double)L*Gl_deltaX;
```

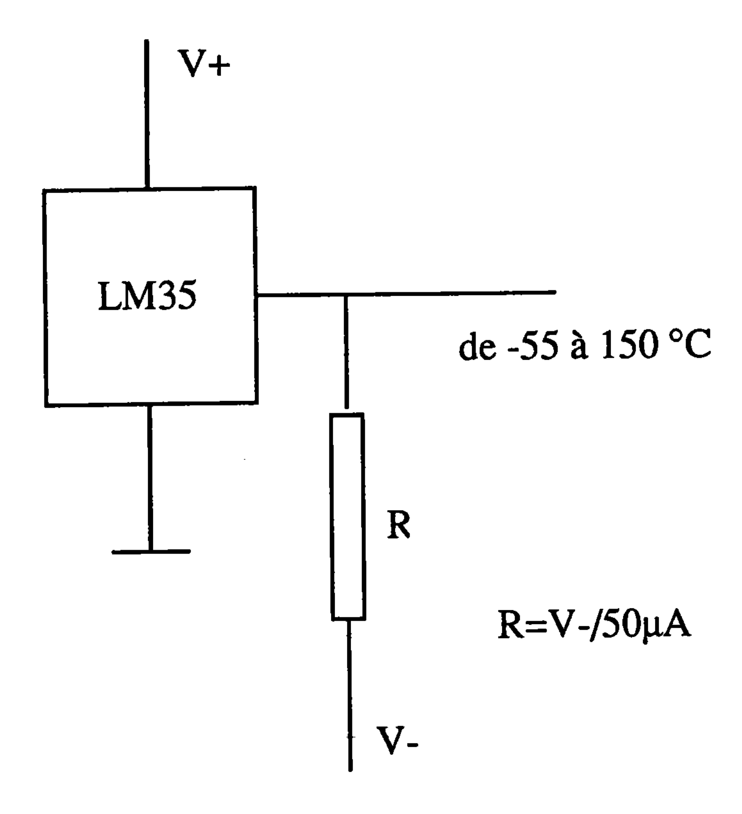
```
    LC_deltaX2 = (double)LC*deltaX2;
    C2_deltaX2 = (double)C*C_deltaX2;
    A1 = 1+LC_deltaX2*Omega2;
    D1 = Gl_L_deltaX*Omega;
    A1_2 = A1*A1;
    D1_2 = D1*D1;
    for (N=NbrElts;N>0; N--)
    {
        if (N != NbrM)
        {
            a_bn_deltaX = (double)a ;
            B1 = -C_deltaX2*Omega*a_bn_deltaX;
            C1 = 1+Gl_deltaX*a_bn_deltaX;
            B1_2 = B1*B1;
            C1_2 = C1*C1;
            Module = (A1_2+B1_2)/(C1_2+D1_2);
            Module = sqrt(Module);
            Gain *= Module;
                }
    }
    Gain = (double)GainMes/Gain;
    /* printf("Gain = %e\n",Gain);*/
    x1 = deltaX2*(Omega2*C2_deltaX2-Gain*Gain*Gl*Gl);
    x2 = Gl_deltaX*Gain*Gain;
    x3 = A1_2-1-D1_2;
    Delta = x2*x2-x1*x3;
    Rx = (-x2+sqrt(Delta))/x1;
    Temperature = TempAmb + ((Rx/(double)a)-1.0)*coef;
    printf("Rx = %e   a = %e\n",Rx,a);
    printf("Temperature = %e   RoomTemp =
%e\n",Temperature,TempAmb);
}
```

ANNEXE. A7

Résumé des Caractéristiques du Thermomètre Digital.

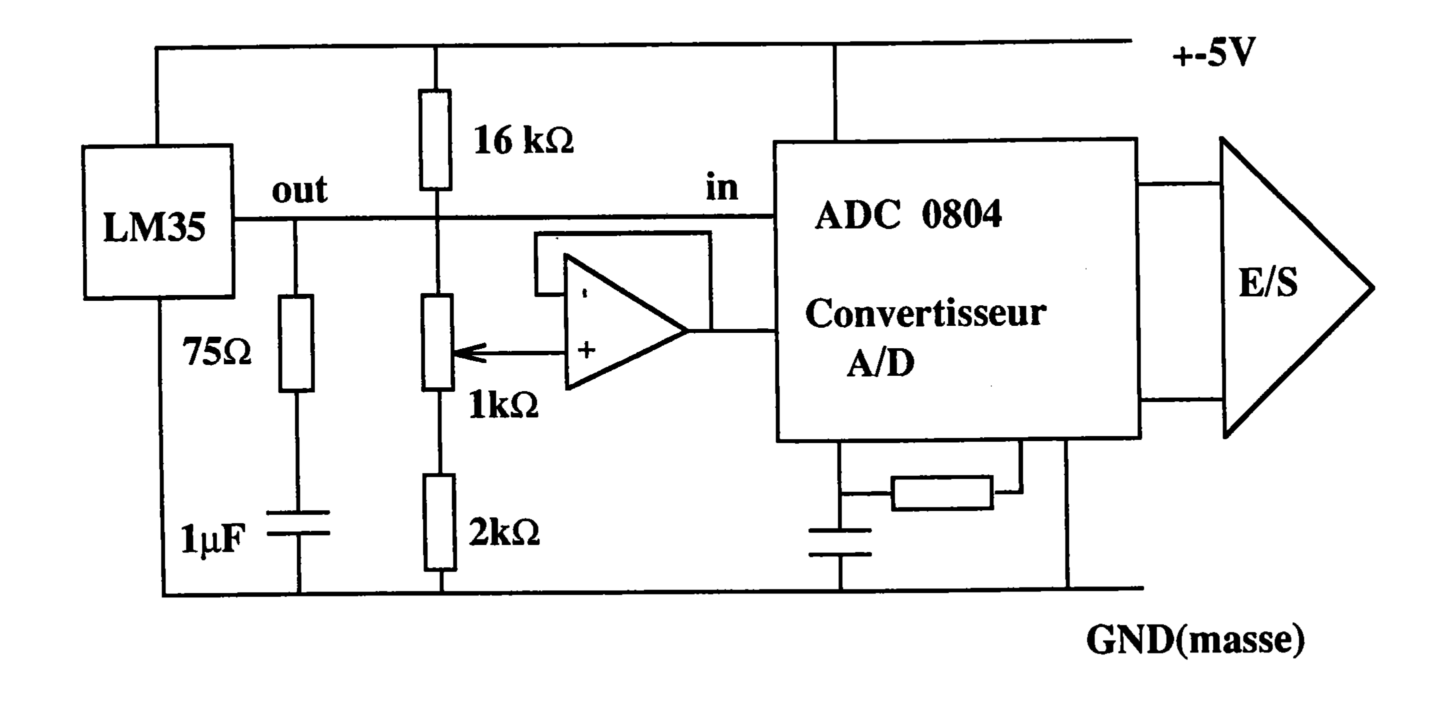
- Particularités:

Le circuit intégré LM35 est d'un emploi facile. Alimenéentre V+ et la masse GND, nous obtenons directement en sortie, une tension en mV équivalente au dixième de degré CELSIUS. C'est l'application de base la plus courante. Toutefois, dans ces conditions, il ne peut descendre sous 20 mV, et se limite donc à une température de 2°C. Pour obtenir la pleine échelle, il est nécessaire de "tirer" vers une tension plus négative que GND la broche de sortie. Une résistance reliée à une tension V- correspond bien à ce que nous recherchons (voir ci-dessous).



Application en Pleine Echelle

Il faut toutefois noter que les liaisons de connexion du capteur vers l'unité d'exploitation doivent être courtes et tenir compte des charges en présence. Ainsi le montage s'associe à un module d'affichage par le biais de convertisseur ananlogique-numérique si la tension de référence Vref est bien ajstée à 1V; la lecture de la température s'effectue directement (voir ci-dessous).



Température Convertie en Données Digitales sur une Plage de 0 à 128°C et Sorties Parallèles Trois Etats.

ANNEXE A8

Impérfection
Thermique

Zc

Générateur
HP 8116A

L1

Δz

Oscilloscope
Echantillonneur
HP 54501 A

Schéma du Dispositif Expérimental pour une Mesure Indirecte de la Température du Défaut en Thermique